

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**UM MODELO DO TRANSISTOR MOS  
PARA  
PROJETO DE CIRCUITOS INTEGRADOS**

TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**ANA ISABELA ARAÚJO CUNHA**

CANDIDATA

**CARLOS GALUP-MONTORO**

ORIENTADOR

**MÁRCIO CHEREM SCHNEIDER**

CO-ORIENTADOR

FLORIANÓPOLIS, 20 DE DEZEMBRO DE 1996

**UM MODELO DO TRANSISTOR MOS  
PARA PROJETO DE CIRCUITOS INTEGRADOS**

**CANDIDATA: ANA ISABELA ARAÚJO CUNHA**

Esta tese foi julgada para obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós Graduação.



**Prof. CARLOS GALUP MONTORO, Dr.**  
ORIENTADOR



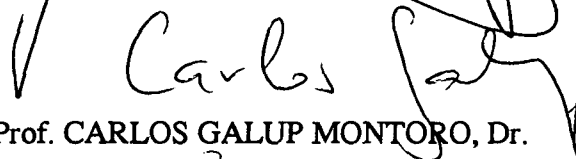
**Prof. MÁRCIO CHEREM SCHNEIDER, Dr.**  
CO-ORIENTADOR



**Prof. ADROALDO RAIZER, Dr.**

COORDENADOR DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

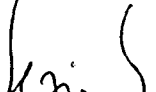
**BANCA EXAMINADORA:**



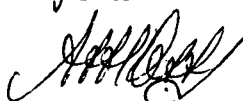
**Prof. CARLOS GALUP MONTORO, Dr.**



**Prof. MÁRCIO CHEREM SCHNEIDER, Dr.**



**Prof. SÉRGIO BAMPI, Ph.D.**  
RELATOR



**Prof. ANTÔNIO LUIZ DE MENEZES OSSE, Ph.D.**



**Prof. SORIN CRISTOLOVEANU, Dr.**

A meus pais e irmã,  
embora tão pouco digno deles

# AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar a minha nunca bastante gratidão:

*Je voudrais remercier:*

À CAPES e ao CNPq pelo suporte financeiro para a realização deste curso. A Maísa Sales pela sua competente e irreprochável atuação na Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação da UFBA.

À equipe do LINSE, Laboratório de Instrumentação Eletrônica da UFSC, de cuja impecável e sempre florescente estrutura de equipamentos e serviços pude dispor durante estes anos de estudo.

*A toute l'équipe du LPCS, Laboratoire de Physique des Composants à Semiconducteurs de l'ENSERG, par le gentil accueil, par l'excellent niveau d'organisation et par l'ensemble de matériaux, équipements et services mis à mon disposition.*

Aos ilustres membros da banca examinadora desta tese por suas sugestões proveitosas e pelos motivadores conselhos com respeito ao prosseguimento deste trabalho.

Aos professores e alunos do Departamento de Engenharia Elétrica da UFBA que incentivaram a nossa vinda a Florianópolis. Particularmente, à professora e amiga Lígia Palma que não economizou coragem e boa vontade para redobrar seus encargos profissionais em minha substituição.

Aos meus orientadores, professor Carlos Galup Montoro e professor Márcio Cherem Schneider, ambos dotados de admirável capacidade intelectual e tenacidade, além de um entusiasmo sempre jovial por aquilo que perscrutam no campo da Eletrônica. Devo-lhes um aprendizado singular sobre tudo que é técnica e politicamente correto no universo da investigação científica. Porém, mais que tudo, devo-lhes uma grande amizade, de inestimável valor.

Aos meus formidáveis amigos de Florianópolis que souberam encantar minha vida com sua ternura e solidariedade e cuja lembrança guardarei para sempre em meu coração. De modo especial, à muito doce Simone Acosta, misto de simplicidade e grandiosidade humana, pela ilimitada paciência e pela afeição sem preço.

*Aux très chers et inoubliables amis de Grenoble, qui m'ont procuré des moments pleins de tendresse et qui m'ont appris qu'il n'y a pas de barrières culturelles ou géographiques pour l'amitié la plus pure et la plus sincère. Spécialement, je remercie à mon frère Jalal Jomaah, par son inépuisable générosité et le soutien spirituel qu'il m'a offert sans réserves.*

À muito querida família Schneider, que por incontáveis vezes me adotou e prodigalizou seu carinho e apoio emocional.

Aos nossos adoradíssimos pais, pelas infinitas bênçãos de amor onipresente.

A todos cujos nomes, por imperdoável distração ou esquecimento, tenham sido omitidos destas páginas.

# SUMÁRIO

<b>SUMÁRIO</b> .....	<b>i</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS</b> .....	<b>iv</b>
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	<b>ix</b>
<b>LISTA DE TABELAS</b> .....	<b>xi</b>
<b>RESUMO</b> .....	<b>xii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>xiii</b>
<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTAÇÃO DO MODELO</b> .....	<b>4</b>
<b>2.1. PRINCÍPIOS FÍSICOS DE OPERAÇÃO DO MOSFET</b> .....	<b>4</b>
<b>2.1.1. GENERALIDADES</b> .....	<b>4</b>

<b>CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO.....</b>	<b>73</b>
<b>APÊNDICE A - APROXIMAÇÃO ANALÍTICA PARA A RELAÇÃO ENTRE CORRENTE E TENSÕES APLICADAS .....</b>	<b>75</b>
<b>APÊNDICE B - RELAÇÃO APROXIMADA REVERSÍVEL ENTRE A DENSIDADE DE CARGA DE INVERSÃO E AS TENSÕES TERMINAIS.....</b>	<b>78</b>
<b>APÊNDICE C - EXPRESSÕES CORRIGIDAS DE PARÂMETROS DETERMINADOS POR DIFERENCIAÇÃO COM RESPEITO AOS POTENCIAIS DE PORTA E SUBSTRATO .....</b>	<b>81</b>
<b>APÊNDICE D - DEDUÇÃO DO MODELO NÃO QUASI-ESTÁTICO PARA PEQUENOS SINAIS.....</b>	<b>84</b>
<b>APÊNDICE E - EXTRAÇÃO OPCIONAL DO FATOR DE RAMPA .....</b>	<b>88</b>
<b>APÊNDICE F - EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM.....</b>	<b>90</b>
F.1. DEPENDÊNCIA DA MOBILIDADE COM O CAMPO ELÉTRICO TRANSVERSAL.	91
F.2. EFEITOS CANAL CURTO .....	92
F.2.1. SATURAÇÃO DA VELOCIDADE DOS PORTADORES DO CANAL .....	93
F.2.2. PARTIÇÃO DE CARGA E REDUÇÃO DE BARREIRA INDUZIDA PELO DRENO .....	94
F.2.3. MODULAÇÃO DO COMPRIMENTO DO CANAL .....	95
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>97</b>

$F_{SV}$  - fator de correção quanto à saturação da velocidade dos portadores  
 $g_{md}$  - transcondutância de dreno  
 $g_{mg}$  - transcondutância de porta  
 $g_{ms}$  - transcondutância de fonte  
 $i$  - designação genérica de qualquer das componentes de saturação normalizadas da corrente de dreno  
 $i_f$  - corrente normalizada direta  
 $i_r$  - corrente normalizada reversa  
 $i_B$  - corrente de substrato variável no tempo  
 $i_G$  - corrente de porta variável no tempo  
 $i_I$  - corrente do canal de inversão variável no tempo e no espaço  
 $i_P$  - valor de  $i_{f(r)}$  correspondente a  $V_{CB} = V_P$   
 $I$  - função que descreve genericamente as componentes de saturação de  $I_D$   
 $I_b$  - componente fasorial incremental da corrente de substrato  
 $I_d$  - componente fasorial incremental da corrente de dreno  
 $I_g$  - componente fasorial incremental da corrente de porta  
 $I_i$  - componente fasorial incremental da corrente do canal de inversão  
 $I_{i0}$  - aproximação de ordem "zero" de  $I_i$   
 $I_{i1}$  - aproximação de primeira ordem de  $I_i$   
 $I_s$  - componente fasorial incremental da corrente de fonte  
 $I_t$  - corrente de limiar na saturação

$I_D$  - corrente de dreno  
 $I_{D0}$  - corrente de dreno na ausência do efeito CLM  
 $I_F$  - corrente de saturação direta  
 $I_R$  - corrente de saturação reversa  
 $I_S$  - corrente de normalização  
 $k$  - parâmetro ou função para otimização da aproximação numérica de  $i(u)$   
 $k_B$  - constante de Boltzmann  
 $M$  - função auxiliar para o cálculo de  $I_b$  e  $I_g$   
 $L$  - comprimento efetivo do canal  
 $n$  - fator de rampa  
 $n_e$  - concentração volumétrica de elétrons  
 $n_i$  - concentração intrínseca do silício  
 $N$  - função auxiliar para o cálculo de  $I_b$  e  $I_g$   
 $N_A$  - concentração volumétrica de impurezas aceitadoras  
 $q$  - magnitude da carga eletrônica  
 $q_B$  - carga total de depleção variável no tempo  
 $q_G$  - carga total de porta variável no tempo  
 $Q_B$  - carga total de depleção  
 $Q_D$  - carga total de dreno  
 $Q_G$  - carga total de porta  
 $Q_I$  - carga total de inversão  
 $Q_S$  - carga total do semiconductor  
 $Q_0$  - carga efetiva de interface  
 $q'_B$  - densidade de carga de depleção variável no tempo e no espaço



$V_G$ - potencial no terminal de porta	$y_{gb}$ - transadmitância porta-substrato
$V_{GB}$ - tensão porta-substrato	$y_{gd}$ - transadmitância porta-dreno
$V_L$ - função dos potenciais $V_D$ e $V_S$ presente na expressão de $\Delta L$	$y_{gg}$ - admitância de porta
$V_P$ - tensão de “pinch-off”	$y_{gs}$ - transadmitância porta-fonte
$V_S$ - potencial no terminal de fonte	$y_{sb}$ - transadmitância fonte-substrato
$V_{SB}$ - tensão fonte-substrato	$y_{sd}$ - transadmitância fonte-dreno
$V_T$ - tensão de limiar	$y_{sg}$ - transadmitância fonte-porta
$V_{T0}$ - tensão de limiar no equilíbrio	$y_{ss}$ - admitância de fonte
$V_P^*$ - tensão de “pinch-off” corrigida quanto à partição de carga e ao efeito DIBL	$y_C$ - coordenada $y$ numa profundidade em que se pode desprezar a concentração de elétrons
$V_{T0}^*$ - tensão de limiar no equilíbrio corrigida quanto à partição de carga e ao efeito DIBL	$y_S$ - coordenada $y$ na interface óxido-semicondutor
$W$ - largura efetiva do canal	$\alpha$ - coeficiente de correção do fator de corpo quanto à partição de carga e ao efeito DIBL
$x$ - coordenada na direção do comprimento do canal	$\Delta L$ - comprimento da seção de dreno
$x_j$ - profundidade da junção	$\epsilon_S$ - permissividade elétrica do semicondutor
$\hat{x}$ - variável de integração ao longo do canal	$\epsilon_{ox}$ - permissividade elétrica do óxido
$y$ - coordenada na direção da profundidade do canal	$\phi$ - potencial num ponto arbitrário do substrato
$y_{bb}$ - admitância de substrato	$\phi_t$ - potencial termodinâmico
$y_{bd}$ - transadmitância substrato-dreno	$\phi_F$ - potencial de Fermi das lacunas no substrato
$y_{bg}$ - transadmitância substrato-porta	$\phi_{REF}$ - potencial de referência para integração
$y_{bs}$ - transadmitância substrato-fonte	$\phi_S$ - potencial de superfície
$y_{db}$ - transadmitância dreno-substrato	$\phi_{SA}$ - valor arbitrário do potencial de superfície
$y_{dd}$ - admitância de dreno	$\phi_{SL}$ - potencial de superfície no dreno
$y_{dg}$ - transadmitância dreno-porta	
$y_{ds}$ - transadmitância dreno-fonte	

## LISTA DE FIGURAS

Fig.2.1. Estrutura idealizada de um transistor NMOS intrínseco.....	6
Fig.2.2. Variação do potencial de superfície com a tensão do canal .....	11
Fig.2.3. Tensão de “pinch-off” .....	13
Fig.2.4. Densidades de carga .....	14
Fig.2.5. Características corrente-tensão de um transistor MOS canal longo .....	18
Fig.2.6. Derivada de $Q'_I$ em relação a $\phi_s$ para uma variação da tensão do canal ( $V_{GB}$ fixa) .....	20
Fig.2.7. Fator de rampa .....	22
Fig.2.8. Densidade de carga de inversão.....	23
Fig.2.9. Erro da aproximação incrementalmente linear em todo regime de inversão .....	24
Fig.3.1. Densidade de carga de inversão.....	31
Fig.3.2. Erro relativo do modelo proposto para a densidade de carga de inversão .....	32
Fig.3.3. Capacitâncias intrínsecas .....	40
Fig.3.4. Características de saída normalizadas .....	43
Fig.3.5. Características de transistor NMOS canal longo em saturação.....	46
Fig.3.6. Razão $I_F/g_{ms}$ para diferentes tensões de porta .....	47

## LISTA DE TABELAS

TABELA I - CARACTERÍSTICAS ESTÁTICAS E DINÂMICAS DO MOSFET.....	44
TABELA II - PARÂMETROS CANAL LONGO.....	63

## ABSTRACT

### **Title: A model of the MOS transistor for integrated circuit design**

This work presents a physics-based MOSFET model, suitable for circuit design and simulation and valid in the entire regime of operation. The starting-point for our model is the assumption that the variation of the inversion charge density along the channel is proportional to the variation of the surface potential. Charge conservation and the source-drain intrinsic symmetry are carefully observed. The model comprises simple and continuous single-piece expressions which describe accurately all the static and dynamic characteristics of the MOSFET, from weak to strong inversion. These expressions are formulated either in terms of the inversion charge densities at source and drain or in terms of the two saturation components of the current. The model requires few parameters, which can be determined through a very simple procedure.

**Key words: MOSFET, MOS transistor, device modeling, circuit design**

## CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

Modelar a operação do transistor MOS é desde muito um instigante desafio. Os novos produtos da eletrônica ocupam cada espaço da vida de um cidadão comum e eliminam distâncias outrora inimagináveis entre os homens. Tudo isto no ritmo de uma busca obstinada por desempenhos que beiram a perfeição e velocidades que avizinham os umbrais da instantaneidade. Por outro lado, é no transistor, o seu microscópico protagonista, misto de criação natural e humana, que esta evolução encontra suas próprias rédeas: as restrições de dimensão, velocidade, potência e confiabilidade. A modelagem consiste em abstrair o dispositivo de sua natureza física, trazendo-o para o contexto manejável dos números e equações, a fim de enxergar, em suas limitações, encorajantes potencialidades. Como ferramenta essencial na concepção de circuitos integrados, este ramo da eletrônica deve estar em permanente compasso com as transformações das técnicas de projeto e das tecnologias de fabricação.

Uma tendência tecnológica que vem ditando, com ênfase, os requisitos para modelagem do MOSFET é a integração em larga escala de sistemas analógico-digitais numa mesma pastilha semicondutora [1, 2]. A tecnologia CMOS vem se mostrando perfeitamente adequada a este fim. A descrição da operação analógica de um MOSFET, contudo, deve satisfazer critérios muito mais

garantindo a consistência interna. Uma escolha criteriosa das variáveis independentes do equacionamento reforça a aplicabilidade do modelo.

No Capítulo 2, revisitamos os conceitos da teoria operacional do MOSFET diretamente comprometidos com a derivação do modelo e introduzimos a aproximação fundamental, presente em todas as fases de seu desenvolvimento: a relação incrementalmente linear entre a densidade de carga e o potencial de superfície. No Capítulo 3, o equacionamento das características estáticas e dinâmicas é discutido em detalhe e no Capítulo 4, a precisão do modelo é verificada mediante a confrontação com dados experimentais.

majoritários (lacunas) nesta região. Fica caracterizado, assim, o regime de **acumulação**. Esta zona de interface é significativamente despojada de lacunas quando o potencial sob o óxido se torna positivo pelo aumento de  $V_{GB}$ . Nestas condições, as cargas fixas, negativas, da estrutura são evidenciadas e o regime é dito de **depleção**. Todavia a operação usual do MOSFET ocorre em **inversão**, regime desencadeado quando  $V_{GB}$  é suficientemente intensa para que a concentração de portadores minoritários, elétrons, sobrepuje a das lacunas na interface óxido-semicondutor. Os elétrons, atraídos pelo potencial positivo sob o óxido, constituem uma finíssima camada, dita de inversão, que pode se deslocar laminarmente na direção do eixo x, desde que se aplique uma diferença de potencial entre os extremos do canal, então condutor.

A intensidade desta corrente predominantemente eletrônica depende dos potenciais aplicados a todos os terminais do dispositivo. Particularmente, o nível de inversão torna-se maior com o aumento da tensão porta-substrato, que provoca um adensamento da lâmina de elétrons formada no canal. Por sua vez, a queda de potencial ao longo do canal devida à diferença entre as tensões aplicadas aos terminais de dreno e fonte não apenas afeta a intensidade desta corrente, mas também origina um nível de inversão contínua e monotonicamente variável na direção do eixo x. Num dispositivo canal N os valores de  $V_{DB}$  e  $V_{SB}$  devem ser forçosamente superiores a alguns décimos de volts negativos, a fim de assegurar a polarização reversa das junções dreno-substrato e fonte-substrato. Admitindo que  $V_{DB}$  é superior a  $V_{SB}$  (modo de funcionamento direto), a diferença de potencial entre as faces superior e inferior da camada isolante é menor nas vizinhanças do dreno que da fonte. Assim, o nível de inversão do canal é menor próximo ao dreno e acentua-se progressivamente no sentido da fonte.

Aumentando-se  $V_{DB}$ , as vizinhanças do dreno vão sendo pouco a pouco depletadas de elétrons, caracterizando um estrangulamento do canal condutor, fenômeno conhecido pelo termo inglês “pinch-off”. O “pinch-off” não impede a continuação do fluxo eletrônico, mas todo incremento adicional da tensão  $V_{DB}$  vai servir à intensificação do campo longitudinal na minúscula zona estrangulada, o que vai aumentar a velocidade dos portadores proximamente ao dreno. A corrente líquida fica, portanto, praticamente insensível a ulteriores aumentos de  $V_{DB}$ . Dizemos que o dispositivo está em **saturação direta**<sup>1</sup>. A saturação reversa ocorre em condições análogas quando  $V_{SB}$  é superior a  $V_{DB}$ . Enquanto não se verifica o estrangulamento em algum ponto do

---

<sup>1</sup> Alguns autores empregam simplesmente o termo “saturação” para designar a saturação direta.

## 2.1.2. DENSIDADE DE CARGA DO SEMICONDUTOR

Para cada seção transversal à direção do comprimento do canal (eixo x), vale a equação fundamental do balanço de tensões (ref.[5], pag.79):

$$V_{GB} - V_{FB} = \phi_s - \frac{Q'_C}{C'_{ox}} \quad (2.1)$$

Nesta equação,  $\phi_s$  é o potencial de superfície, ou seja, o potencial num ponto qualquer da interface óxido-semicondutor, que assume valores negativos em acumulação, mas é positivo em depleção ou inversão.  $Q'_C$  é a densidade de carga do semicondutor, ou seja, soma de todas as cargas presentes no substrato (fixas e portadores minoritários e majoritários) por unidade de área da interface óxido-semicondutor.  $C'_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox}$  é a capacitância por unidade de área do óxido, sendo  $\epsilon_{ox}$  a permissividade elétrica do óxido (que vale  $3,453 \times 10^{-11}$  F/m para o dióxido de silício) e  $t_{ox}$ , a espessura do óxido de porta.  $V_{FB}$  é a tensão de banda plana, que inclui a soma de todos os potenciais de contato entre os diferentes materiais e o potencial induzido por cargas parasitas no interior do óxido e na interface entre este e o semicondutor, aqui suposto independente das variações de tensão.

$Q'_C$  e  $\phi_s$  variam com a tensão porta-substrato mas também ao longo do eixo x, embora toda camada condutora de polissilício na face superior do óxido constitua uma equipotencial submetida à tensão  $V_{GB}$ . No regime de inversão, sobre o qual focalizaremos nossa inteira abordagem,  $Q'_C$  e  $\phi_s$  se inter-relacionam através da expressão (ref.[5], pag.79):

$$Q'_C = -\epsilon_s E_s = -C'_{ox} \gamma \sqrt{\phi_s + \phi_t e^{(\phi_s - 2\phi_F - V_{CB})/\phi_t}} \quad (2.2.a)$$

A equação (2.2.a) resulta da aplicação da lei de Gauss a um volume adequado na estrutura do MOSFET (Fig. 2.1), desprezando-se a concentração das lacunas, bastante inferior à de elétrons na ocorrência de um canal de inversão.  $E_s$  é o valor do campo elétrico  $E_y$ , perpendicular à interface óxido semicondutor (direção y), calculado na superfície do substrato. Este campo pode ser determinado em qualquer ponto da estrutura semicondutora pela resolução da equação de Poisson, reduzida à sua versão unidimensional, uma vez que o gradiente do campo elétrico na direção x num transistor canal longo é desprezível se comparado ao gradiente do campo vertical.



### 2.1.3. NÍVEIS DE INVERSÃO

Como (2.2.a) representa a densidade de carga do semiconductor no regime de inversão<sup>2</sup>, que, por convenção, ocorre para valores de  $\phi_s$  superiores a  $\phi_F + V_{CB}$ , a contribuição da carga das lacunas foi desconsiderada no cálculo do campo  $E_s$ . Por isto, a referida expressão comporta sob o radical apenas os termos oriundos da concentração dos elétrons e das cargas fixas, respectivamente os termos exponencial e linear em  $\phi_s$ .

A ponderação das contribuições das cargas fixas e dos elétrons na constituição da densidade de carga do semiconductor estabelece duas diferentes nuances de comportamento: quando, em um determinado ponto de coordenada  $x$ , o termo exponencial predomina sobre o termo linear (concentração de elétrons muito superior ao nível de dopagem do substrato), diz-se que esta seção do canal encontra-se em **inversão forte**; se, ao contrário, é o termo linear que é mais importante, são as cargas da região de depleção que ainda dominam a operação do dispositivo (a camada de inversão é extremamente rarefeita no ponto  $x$ ), e o regime é dito de **inversão fraca** nesta seção.

Embora propriedades particulares possam ser identificadas no comportamento da estrutura sob cada uma destas condições, inversão fraca e forte, não existe uma linha divisória precisa entre elas, ou seja, as propriedades só se diferenciam significativamente quando os termos exponencial e linear sob o radical em (2.2.a) estão bastante desequilibrados. A suave transição entre inversão fraca e forte é muito comumente designada **inversão moderada**. Uma convenção habitual estabelece o ponto de ocorrência da condição  $\phi_s = 2\phi_F + V_{CB}$  como o limiar que separa a estrutura em duas regiões: numa ( $\phi_s < 2\phi_F + V_{CB}$ ), o canal se encontra fracamente invertido (estrangulado); na outra ( $\phi_s > 2\phi_F + V_{CB}$ ), o canal evolui do regime moderado até forte de inversão. Esta delimitação é absolutamente arbitrária e sua aplicabilidade restringe-se à modelagem da operação do dispositivo através de segmentos de funções. Trata-se da conhecida abordagem regional, que apresenta alguns inconvenientes, entre os quais a falta de continuidade nas características dinâmicas.

---

<sup>2</sup> Na prática, (2.2.a) é também válida numa grande extensão do regime de depleção ([5], pag.50).

Pode-se perceber que para valores acentuados de  $V_{CB}$ , o potencial de superfície fica praticamente grampeado, tendendo a um valor assintótico  $\phi_{S\infty}$ , o que caracteriza a condição de “pinch-off”. O potencial  $\phi_{S\infty}$  é obtido de (2.4), resolvendo-a no limite quando  $V_{CB}$  tende a infinito ([5], pag.96):

$$\phi_{S\infty} = \left( \sqrt{V_{GB} - V_{FB} + \frac{\gamma^2}{4}} - \frac{\gamma}{2} \right)^2 \quad (2.5)$$

A escolha de  $\phi_s$  como variável-chave para a modelagem mostrou-se ineficiente do ponto de vista dos projetistas de circuitos pois, além de não consistir numa grandeza acessível na estrutura, deve ser determinada com precisão extremamente elevada em inversão fraca, quando as diferenças entre seus valores na fonte e no dreno são ínfimas.

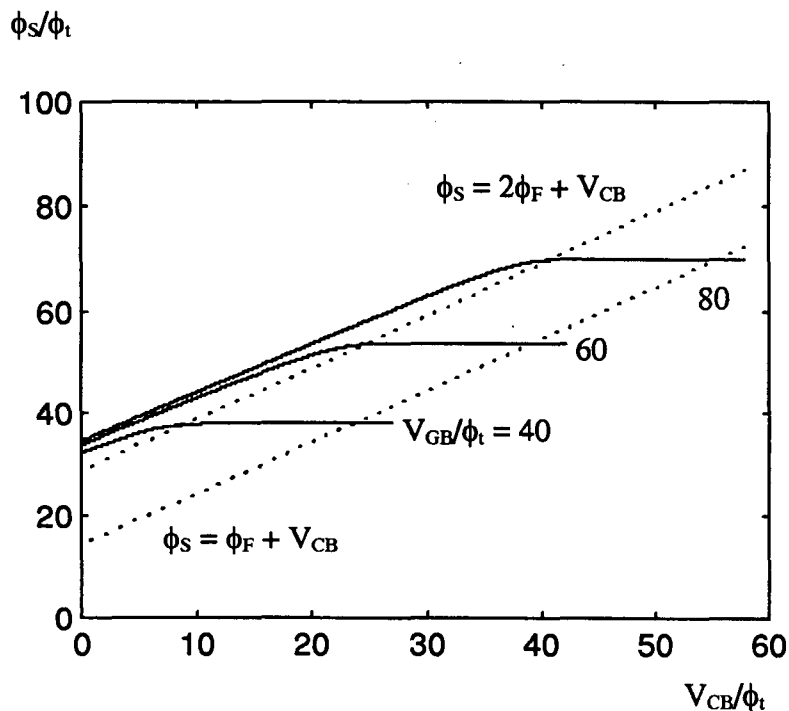


Fig.2.2. Variação do potencial de superfície com a tensão do canal  
(Transistor NMOS com  $N_A = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$  e  $V_{T0} = 0,7 \text{ V}$ )

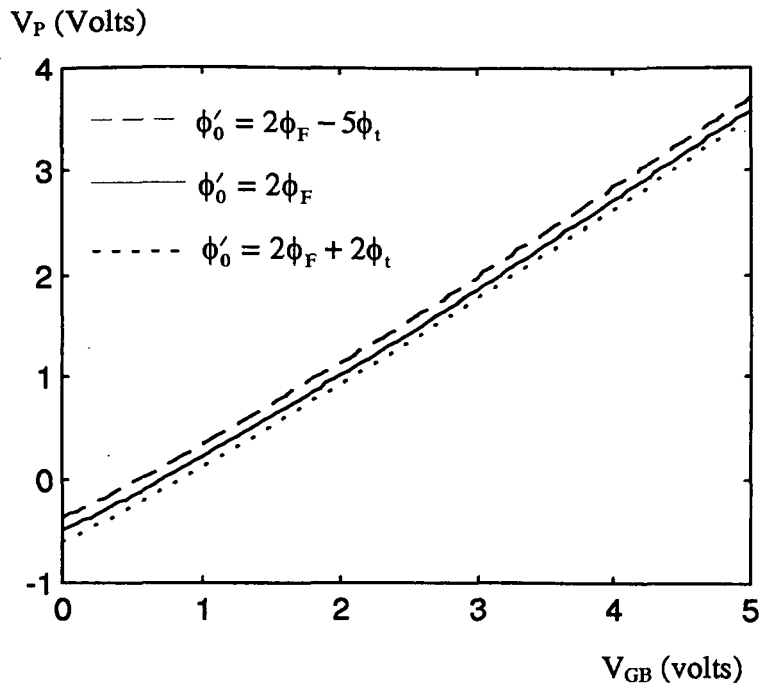


Fig.2.3. Tensão de “pinch-off”

(Transistor NMOS com  $N_A = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$  e  $V_{T0} = 0,7 \text{ V}$ )

## 2.1.6. DENSIDADE DE CARGA DE INVERSÃO E DEPLEÇÃO

A densidade de carga do semiconductor consiste na soma de duas componentes, a densidade de carga da camada de inversão  $Q'_i$  e a densidade de carga da zona de depleção  $Q'_b$ . Ambas podem ser expressas em termos do potencial de superfície  $\phi_s$  adotando-se as aproximações de folha de carga e de depleção, amplamente empregadas graças à menor complexidade e à excelente precisão dos equacionamentos que delas resultam. Segundo a **aproximação de folha de carga**, a camada de inversão (elétrons) é infinitamente delgada a tal ponto que toda a queda de tensão correspondente ao potencial de superfície ocorre na região de cargas fixas. Segundo a aproximação de depleção, por sua vez, a concentração dos portadores na região de depleção é desprezível comparada à concentração das impurezas, de tal modo que podemos escrever para  $Q'_b$  ([5], pag.79), desprezando-se o termo exponencial na expressão de  $Q'_c$ , (2.2.a):

$$Q'_B = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\phi_s} \quad (2.8.a)$$

E, para  $Q'_I$  ([5], pag.79), de (2.1) e (2.8.a), chegamos a:

$$Q'_I = Q'_C - Q'_B = -C'_{ox} (V_{GB} - V_{FB} - \phi_s - \gamma \sqrt{\phi_s}) \quad (2.8.b)$$

Uma determinada equipotencial de porta define uma distribuição das densidades  $Q'_B$  e  $Q'_I$  ao longo do canal, ou seja, uma variação destas grandezas com  $V_{CB}$ , que pode ser avaliada resolvendo (2.4) numericamente para  $\phi_s$  e substituindo-se em (2.8). A Fig.2.4 ilustra estas variações para o caso de um transistor NMOS com  $N_A = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$  e  $V_{T0} = 0,7 \text{ V}$ . Percebe-se que a densidade de carga de inversão do canal exhibe, com respeito à tensão do canal, um comportamento assintótico incrementalmente linear em inversão muito forte e essencialmente exponencial em inversão muito fraca.

## 2.2. COMPONENTES DE SATURAÇÃO DA CORRENTE DE DRENO

Uma diferença de potencial entre os terminais de dreno e fonte, como já mencionado, promove o fluxo dos portadores minoritários constituintes da camada de inversão do canal. Como em qualquer semiconductor, a corrente de dreno  $I_D$  possui natureza mista, podendo ser decomposta em uma corrente de deriva, proporcional ao gradiente do potencial elétrico no canal, ou, de acordo com a hipótese de folha de carga, ao gradiente do potencial de superfície, e uma corrente de difusão, proporcional ao gradiente da concentração eletrônica ao longo do canal (direção  $x$ ). Assim ([5], pag.109),

$$I_D = \mu W \left[ -Q'_I(\phi_s) \frac{d\phi_s}{dx} + \phi_t \frac{dQ'_I}{dx} \right] \quad (2.9.a)$$

onde  $\mu$  é a mobilidade dos elétrons, que no transistor canal longo é suposta independente de  $x$ , mas deve variar ligeiramente com o potencial de porta, e  $W$  é a largura do canal (Fig.2.1).

A dependência de  $I_D$  em relação aos potenciais aplicados externamente pode ser obtida a partir da integração de (2.9.a) ao longo do canal:

A Fig.2.5 ilustra esta decomposição da corrente em um termo de saturação direta,  $I_F$ , e um termo de saturação reversa  $I_R$ . Tratam-se das características medidas de um transistor NMOS canal longo cujos parâmetros tecnológicos e geométricos são irrelevantes para esta análise conceitual, e, por isto, foram omitidos. Na Fig.2.5.a, são ilustradas as características  $I(V, V_{GB})$ , que podem ser medidas, indiferentemente, em saturação direta ou reversa. Na Fig.2.5.b exibimos as características de saída  $I_D(V_{DB})$ , para  $V_{SB}$  constante e alguns valores fixos de  $V_{GB}$ . Os círculos foram obtidos a partir da medição direta da corrente, com  $V_{DB}$  variando desde a região triodo até a saturação. As curvas em linha cheia correspondem aos valores calculados pela relação (2.10.a), tendo-se extraído  $I_F = I(V_{SB}, V_{GB})$  e  $I_R = I(V_{DB}, V_{GB})$  das curvas na Fig.2.5.a. Constata-se imediatamente que as características de saída são obtidas por simples rebatimento (em torno do eixo das tensões) e translação das características do dispositivo em saturação. Em outras palavras, toda a informação sobre o comportamento do MOSFET canal longo está contida no regime de saturação, havendo perfeita correspondência entre inversão forte e região triodo, bem como entre inversão fraca e região de saturação.

Convém que a propriedade descrita por (2.10.a) seja rigorosamente respeitada em modelos de corrente para transistores canal longo. Isto justifica-se não apenas porque tal decomposição implica na simetria da característica de corrente, simetria esta plenamente intrínseca à natureza estrutural do dispositivo, mas porque pode ser explorada para simplificação da modelagem, como será visto nos capítulos subsequentes.

Em transistores canal curto, a falência da hipótese de canal gradual impossibilita esta simples decomposição. Porém, a simetria no que diz respeito ao intercâmbio entre os potenciais de dreno e fonte permanece, independentemente das dimensões do MOSFET.

### 2.3. APROXIMAÇÃO FUNDAMENTAL DO MODELO

Derivando-se a expressão clássica de  $Q'_I$  segundo a aproximação de folha de carga, (2.8.b), em relação a  $\phi_s$ , para uma determinada equipotencial de porta (tensão  $V_{GB}$  constante), obtemos:

$$\left. \frac{\partial Q'_I}{\partial \phi_s} \right|_{V_{GB}} = C'_{ox} \left( 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_s}} \right) \quad (2.11)$$

Ao longo do canal, ou seja, incrementando-se apenas  $V_{CB}$  para um valor fixo de  $V_{GB}$ , a derivada em (2.11) varia muito pouco em toda a extensão do regime de inversão, desde a condição  $V_{CB} = 0$  até a fronteira com o regime de depleção ( $\phi_s = \phi_F + V_{CB}$ ). Isto pode ser observado na Fig.2.6, relativa a um transistor NMOS com  $N_A = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $t_{ox} = 250 \text{ \AA}$  e  $V_{T0} = 0,7 \text{ V}$ , e nos sugere uma aproximação incrementalmente linear entre  $Q'_I$  e  $\phi_s$ :

$$dQ'_I = nC'_{ox} d\phi_s \quad (2.12.a)$$

onde  $n$  é o chamado fator de rampa, dado por:

$$n = 1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_{SA}}} \quad (2.12.b)$$

e  $\phi_{SA}$  é um valor arbitrário de  $\phi_s$ , constante com  $V_{CB}$ , mas eventualmente dependente de  $V_{GB}$ .

Das relações (2.8), infere-se que (2.12) implica numa aproximação incrementalmente linear também para  $Q'_B(\phi_s)$ :

$$dQ'_B = -(n-1)C'_{ox} d\phi_s = -\frac{(n-1)}{n} dQ'_I \quad (2.12.c)$$

A linearização das funções densidades de carga de inversão e depleção em termos do potencial de superfície, para cada equipotencial de porta definida por  $V_{GB}$ , foi pela primeira vez proposta em [13], não se especificando, contudo, que valor adotar para a inclinação  $n$ . Em [5] e [14], o procedimento é retomado, atribuindo-se a  $\phi_{SA}$  o valor do potencial de superfície na fonte. Esta escolha é inadequada, visto que ignora a simetria fonte-dreno natural do transistor, todo o formalismo do modelo ficando à margem desta propriedade essencial. Por outro lado, existe uma inequívoca correspondência entre o termo não linear de (2.8.b), expressão de  $Q'_I$  segundo

onde  $\phi_0$  é um valor constante próximo a  $2\phi_F$  e relacionado com a tensão de “pinch-off”  $V_P$  de acordo com (2.7.a-b). Desta forma, a derivada de  $V_P$  em relação a  $V_{GB}$ , (2.7.c), coincide com o inverso do fator de rampa:

$$\frac{1}{n} = \frac{dV_P}{dV_G} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{2\sqrt{\phi_0 + V_P}}} \quad (2.12.e)$$

A suave variação do parâmetro  $n$  com a tensão porta-substrato é ilustrada na Fig.2.7, onde os parâmetros do dispositivo são os mesmos especificados para a Fig.2.6. Pode ser observado que o fator de rampa não é significativamente afetado por pequenas oscilações do valor de  $\phi_0$  em torno de  $2\phi_F$ .

Para avaliar a precisão desta abordagem, podemos determinar a função  $Q'_I(\phi_S)$  aproximada aplicando-se a condição de contorno:

$$\lim_{\substack{V_{CB} \rightarrow \infty \\ \phi_S \rightarrow \phi_{S\infty}}} Q'_I = 0 \quad (2.13.a)$$

ao integrar (2.12.a).

Assim, resulta:

$$Q'_I = nC'_{ox}(\phi_S - \phi_{S\infty}) \quad (2.13.b)$$

Na Fig.2.8, os valores de  $Q'_I(\phi_S)$  calculados segundo (2.13.b) e segundo a expressão clássica de folha de carga, (2.8.b), são confrontados para o caso em que  $\phi'_0 = 2\phi_F$  (o transistor em consideração é o mesmo que nas Figs.2.6 e 2.7). O erro relativo percentual da aproximação é ilustrado na Fig.2.9, para todo o regime de inversão (de  $V_{CB} = 0$  até  $\phi_S = \phi_F + V_{CB}$ ). Para  $\phi'_0 = 2\phi_F$ , sua magnitude não ultrapassa o teto de 5 % em inversão muito forte ( $V_{CB}$  nula) e quando  $V_{GB}$  assume o máximo nominal da tecnologia. O erro é praticamente imutável para  $\phi'_0 = 2\phi_F - 5\phi_t$ , o que se explica pela quase nenhuma variação de  $\phi_S$  em inversão fraca. Porém percebe-se, a partir da Fig.2.9.b, que o erro pode atingir níveis comprometedores quando, para o cálculo de  $n$ , atribuímos a  $\phi_{SA}$  um valor afastado das vizinhanças da região de “pinch-off”.

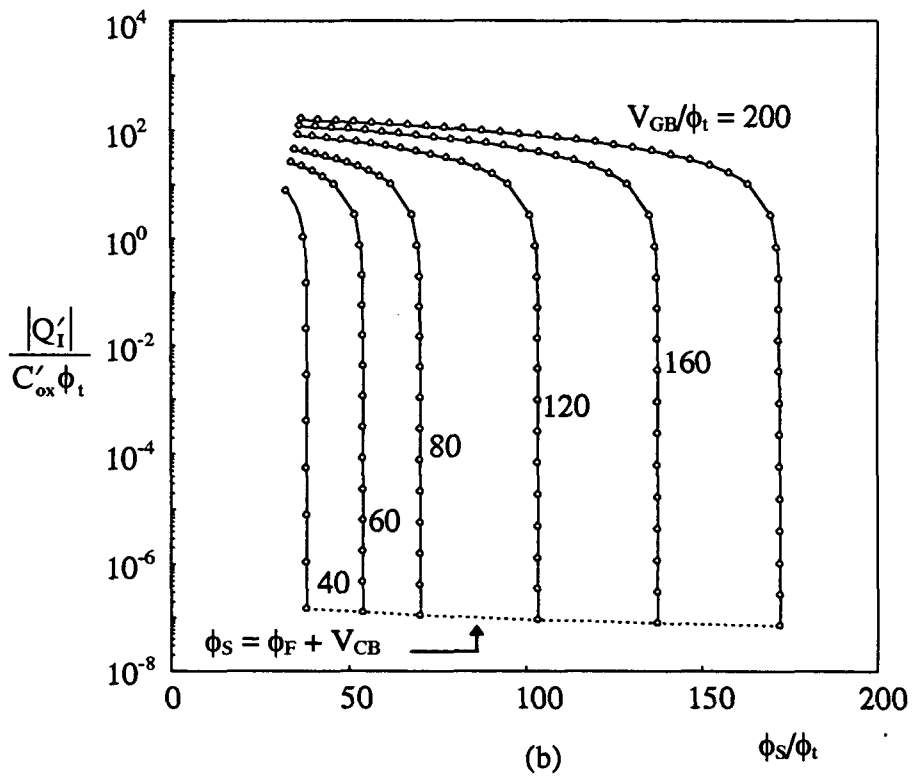
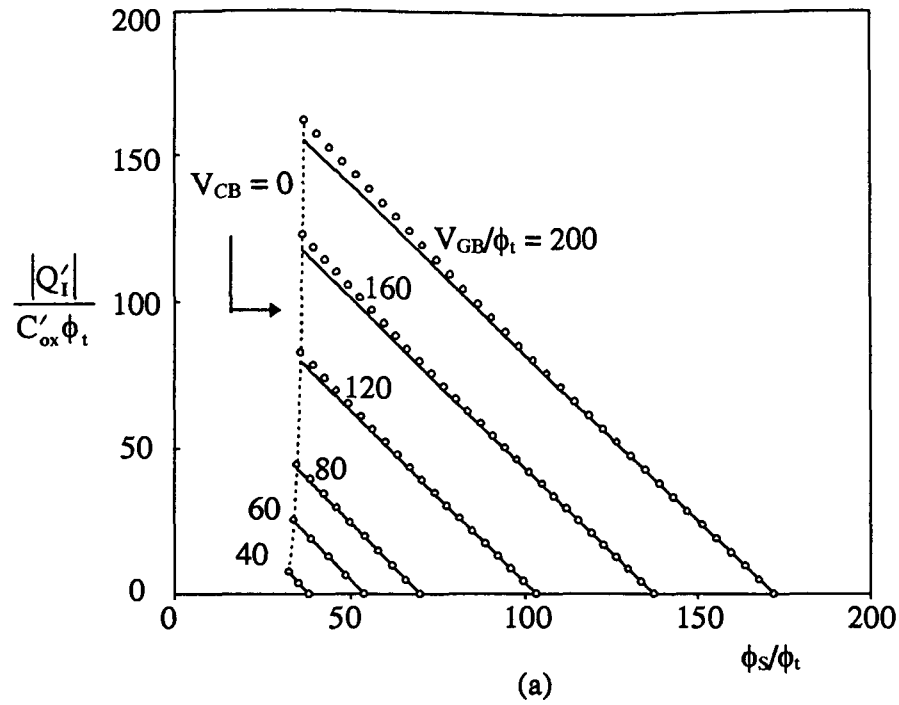


Fig.2.8. Densidade de carga de inversão:

(—) Aproximação incrementalmente linear (2.13.b)

(o o o) Expressão clássica de folha de carga (2.8.b)



## CAPÍTULO 3 - FORMALISMO DO MODELO

### 3.1. DIRETRIZES

A modelagem do comportamento do MOSFET que apresentaremos aqui parte de algumas considerações básicas:

A simetria natural do dispositivo no que tange à permuta entre as tensões de dreno e fonte deve ser refletida com total inequívoco na formulação matemática [4, 6, 7]. Vários modelos simples que utilizam o conceito de tensão de limiar ( $V_T$ ) para estabelecer a transição entre inversão fraca e forte através de uma varredura da tensão de porta, acabam destruindo a simetria fonte-dreno por formularem a variação de  $V_T$  em relação a  $V_{SB}$  de modo diverso que em relação a  $V_{DB}$  [5]. Em nosso modelo, da mesma forma que em [4], as tensões são referidas ao terminal de substrato, o que concorre para evidenciar a simetria fonte-dreno no equacionamento.

A formulação deve ser em termos de uma variável chave conveniente. Em seu nível mais básico, nosso modelo é todo equacionado em termos das densidades de carga de inversão calculadas na fonte e no dreno [6, 7]. Todas as características estáticas (corrente e cargas totais) e dinâmicas (três transcondutâncias e nove (trans)capacitâncias independentes) são equacionadas.

onde  $I_F$  e  $I_R$  são as correntes de saturação direta e reversa, respectivamente.

Por definição, as cargas totais de inversão e depleção são calculadas a partir das integrais ([5], pag.252):

$$Q_I = W \int_0^L Q'_I dx \quad (3.2.a)$$

$$Q_B = W \int_0^L Q'_B dx \quad (3.2.b)$$

Da equação diferencial da corrente de dreno, (2.9.a), tem-se:

$$dx = \frac{\mu W}{I_D} (-Q'_I d\phi_s + \phi_t dQ'_I) \quad (3.3.a)$$

Aplicando-se a aproximação básica do nosso modelo, descrita por (2.12.a), resulta:

$$dx = -\frac{\mu W}{nC'_{ox} I_D} (Q'_I - nC'_{ox} \phi_t) dQ'_I \quad (3.3.b)$$

Assim, substituindo (3.3.b) em (3.2.a) e resolvendo a integral, a carga total de inversão fica:

$$Q_I = \frac{\mu W^2}{I_D nC'_{ox}} \left( \frac{Q_F'^3 - Q_R'^3}{3} + nC'_{ox} \phi_t \frac{Q_F'^2 - Q_R'^2}{2} \right) \quad (3.4.a)$$

onde

$$Q'_{F(R)} = Q'_{IS(D)} - nC'_{ox} \phi_t \quad (3.4.b)$$

E, observando que, por meio de (3.4.b), a corrente de dreno toma a forma compacta:

$$I_D = \frac{\mu W}{C'_{ox} L} \frac{Q_F'^2 - Q_R'^2}{2n}, \quad (3.5)$$

após alguma manipulação algébrica em (3.4.a), chegamos a:

$$Q_I = WL \left[ \frac{2}{3} \frac{Q_F'^2 + Q_F'Q_R' + Q_R'^2}{Q_F' + Q_R'} + nC'_{ox} \phi_t \right] \quad (3.6)$$

Da integração de (2.12.c), temos:

$$Q'_B = -\frac{(n-1)}{n} (Q'_I - Q'_{IP}) + Q'_{BP} \quad (3.7)$$

$$Q_s = WL \left[ \frac{6Q_F'^3 + 12Q_R'Q_F'^2 + 8Q_R'^2Q_F' + 4Q_R'^3}{15(Q_F' + Q_R')^2} + \frac{n}{2} C'_{ox} \phi_t \right] \quad (3.12.a)$$

De (3.10.b), ou ainda, pela simples simetria fonte-dreno do dispositivo:

$$Q_D = WL \left[ \frac{6Q_R'^3 + 12Q_F'Q_R'^2 + 8Q_F'^2Q_R' + 4Q_F'^3}{15(Q_F' + Q_R')^2} + \frac{n}{2} C'_{ox} \phi_t \right] \quad (3.12.b)$$

### 3.3. RELAÇÃO ENTRE A DENSIDADE DE CARGA DE INVERSÃO E AS TENSÕES TERMINAIS

Várias expressões vêm sendo apresentadas na literatura [5-7, 15, 16] para relacionar a densidade de carga de inversão e as tensões de porta e do canal, segmentadas ou infinitamente contínuas, empíricas ou fisicamente embasadas. A seguir, mostraremos que a única forma funcional para  $Q_I'(V_{CB}, V_{GB})$  integralmente consistente com a aproximação fundamental do nosso modelo, (2.12), é análoga ao modelo unificado de controle de carga (UCCM, do inglês: “unified charge control model”) [16-18].

Segundo a estatística de Boltzmann, a concentração eletrônica num substrato uniformemente dopado é descrita pela expressão (2.3), o que permite escrever para a densidade de carga de inversão ([5], pag.50):

$$Q_I'(x) = -qn_i e^{-\phi_F/\phi_t} \int_{y_s}^{y_c} e^{[\phi(x,y) - V_{CB}(x)]/\phi_t} dy \quad (3.13)$$

Os limites  $y_s$  e  $y_c$  da integral anterior correspondem, respectivamente, à interface óxido-semicondutor e a uma profundidade qualquer do substrato onde a concentração eletrônica seja desprezível.

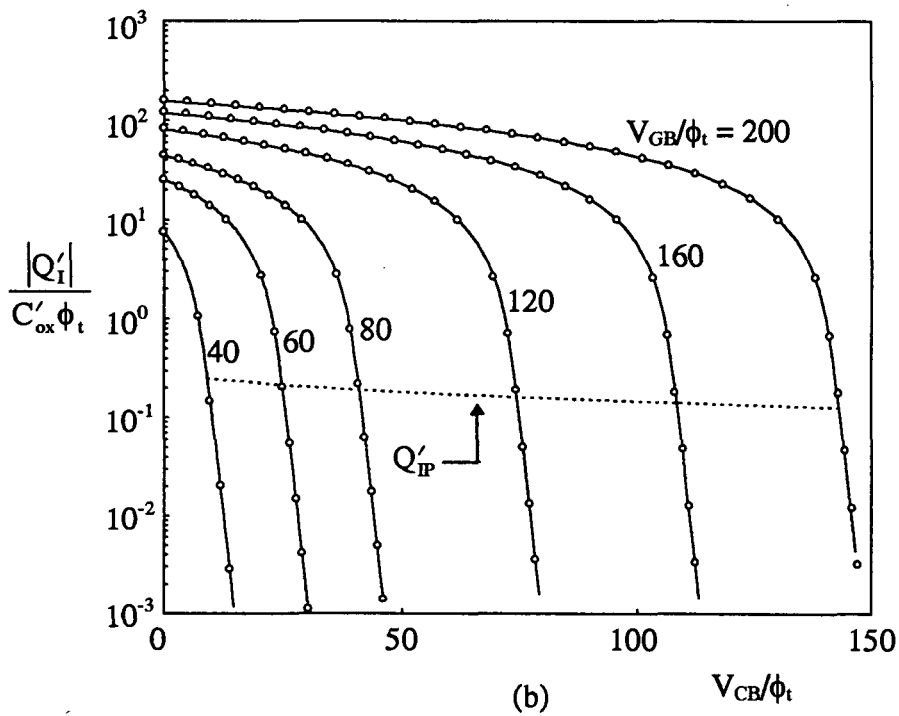
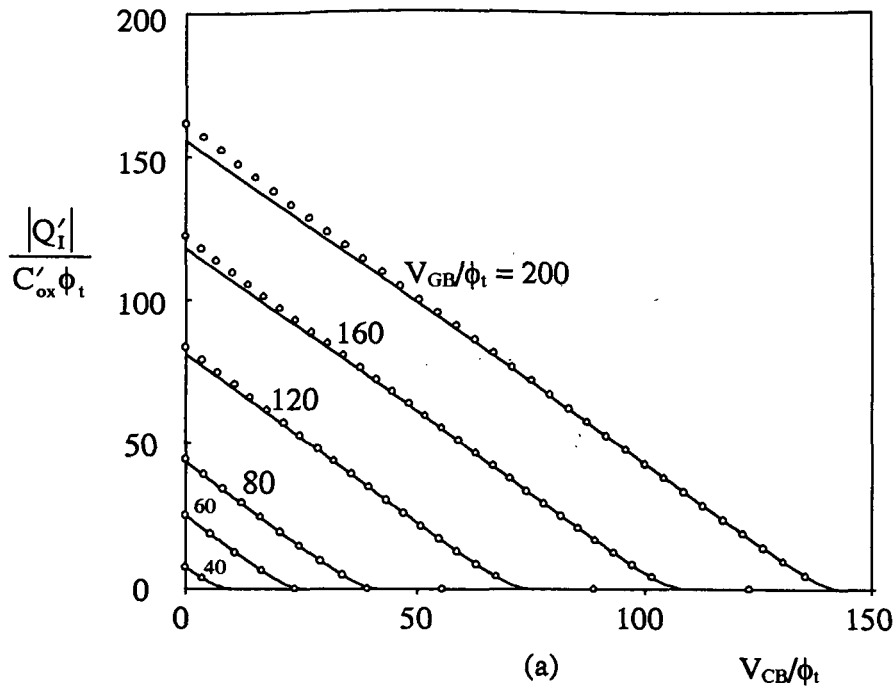


Fig.3.1. Densidade de carga de inversão

(—) modelo proposto - expressão (3.17)

(o o o) expressão clássica de folha de carga (2.8.b), com  $\phi_s$  computado através de (2.4)

O modelo unificado de controle de carga foi apresentado em [16] como um resultado empírico. Aqui demonstramos que esta abordagem possui uma base física extremamente sólida, que coincide com a aproximação fundamental do nosso modelo, a linearização de  $Q_I'(\phi_s)$ .

A expressão (3.17) pode ser reescrita de modo a explicitar a tensão do canal em função da densidade de carga de inversão. Porém,  $Q_I'$  só pode ser avaliada numericamente em termos de  $V_{CB}$ . No Apêndice A, é apresentada uma possível aproximação analítica, simples e de excelente precisão, para o problema matemático geral em que se inclui (3.17). Uma alternativa explícita reversível para  $Q_I'(V_{CB})$ , infinitamente contínua, porém de baixa precisão em inversão moderada, é sugerida em [3] e revista no Apêndice B, mas não será adotada neste trabalho.

## 3.4. PARÂMETROS DE PEQUENOS SINAIS

### 3.4.1. DEFINIÇÕES

Apresentaremos aqui as expressões em termos das densidades de carga de inversão na fonte e no dreno das características dinâmicas que descrevem a operação do transistor MOS em regime quasi-estático. Neste regime, supõe-se que as variações das tensões, correntes e cargas com o tempo são lentas o bastante para que as relações entre estas grandezas, a cada instante particular, possam ser admitidas idênticas às que manteriam entre si na ausência de variações. Este modelo é, portanto, válido para sinais de pequena amplitude e baixas e médias frequências. Seu limite de validade em frequência será discutido mais adiante.

Um modelo quasi-estático completo para a descrição do comportamento dinâmico do MOSFET intrínseco, submetido a pequenos sinais, deve compreender doze parâmetros independentes, dos quais três de natureza condutiva e nove de natureza capacitiva<sup>2</sup> ([5], cap.9).

Adotaremos aqui as três transcondutâncias definidas em [4], por:

---

<sup>2</sup> Neste contexto, um elemento de natureza condutiva descreve uma razão entre variações de corrente e variações de tensão; um elemento de natureza capacitiva descreve uma razão entre variações de carga e variações de tensão. Nem sempre poderão ser representados por condutâncias ou capacitâncias, mas por fontes de corrente dependentes.

### 3.4.2. TRANSCONDUTÂNCIAS

Aplicando-se o modelo de corrente (3.1) às definições das transcondutâncias de fonte e dreno, obtemos [6]:

$$g_{ms} = -\frac{\mu W}{C'_{ox} L} \frac{(Q'_{IS} - nC'_{ox} \phi_t)}{n} \frac{\partial Q'_{IS}}{\partial V_S} \Big|_{V_D, V_G, V_B} \quad (3.22.a)$$

$$g_{md} = -\frac{\mu W}{C'_{ox} L} \frac{(Q'_{ID} - nC'_{ox} \phi_t)}{n} \frac{\partial Q'_{ID}}{\partial V_D} \Big|_{V_S, V_G, V_B} \quad (3.22.b)$$

De (3.15), chegamos à importante relação entre a densidade de carga de inversão na fonte (dreno) e sua derivada em relação ao potencial de fonte (dreno):

$$\frac{\partial Q'_{IS(D)}}{\partial V_{S(D)}} \Big|_{V_{D(S)}, V_G, V_B} = \frac{nC'_{ox} Q'_{IS(D)}}{Q'_{IS(D)} - nC'_{ox} \phi_t} = nC'_{ox} \frac{Q'_{IS(D)}}{Q'_{F(R)}} \quad (3.23)$$

A introdução de (3.23) em (3.22) conduz a:

$$g_{ms} = -\mu \frac{W}{L} Q'_{IS} \quad (3.24.a)$$

$$g_{md} = -\mu \frac{W}{L} Q'_{ID} \quad (3.24.b)$$

Analogamente, substituindo (3.5) na definição da transcondutância de porta, e desprezando em primeira aproximação a variação de  $n$  e  $\mu$  com  $V_{GB}$ , obtemos:

$$g_{mg} = \frac{\mu W}{C'_{ox} L} \left( \frac{Q'_{IS} - nC'_{ox} \phi_t}{n} \frac{\partial Q'_{IS}}{\partial V_G} \Big|_{V_S, V_D, V_B} - \frac{Q'_{ID} - nC'_{ox} \phi_t}{n} \frac{\partial Q'_{ID}}{\partial V_G} \Big|_{V_S, V_D, V_B} \right) \quad (3.25)$$

De (2.12.e) temos para a derivada de  $V_P$  em relação a  $V_G$ :

$$\frac{\partial V_P}{\partial V_G} \Big|_{V_B} = \frac{1}{n} \quad (3.26)$$

Levando em conta (3.26), se desconsiderarmos a ligeira dependência de  $n$  e de  $Q'_{IP}$  com relação a  $V_{GB}$ , a diferenciação de (3.17) com respeito ao potencial de porta fornece:

$$C_{gs} = \frac{2}{3} \frac{WL}{n} \left[ 1 - \frac{Q'_R{}^2}{(Q'_F + Q'_R)^2} \right] \frac{\partial Q'_{IS}}{\partial V_S} \Big|_{V_D, V_G, V_B} \quad (3.30.a)$$

$$C_{gd} = \frac{2}{3} \frac{WL}{n} \left[ 1 - \frac{Q'_F{}^2}{(Q'_F + Q'_R)^2} \right] \frac{\partial Q'_{ID}}{\partial V_D} \Big|_{V_S, V_G, V_B} \quad (3.30.b)$$

Aplicando (3.23) e (3.4.b), as expressões (3.30) reescrevem-se na forma:

$$C_{gs} = \frac{2}{3} WLC'_{ox} \left[ 1 - \frac{Q'_R{}^2}{(Q'_F + Q'_R)^2} \right] \left( 1 + \frac{nC'_{ox} \phi_t}{Q'_F} \right) \quad (3.31.a)$$

$$C_{gd} = \frac{2}{3} WLC'_{ox} \left[ 1 - \frac{Q'_F{}^2}{(Q'_F + Q'_R)^2} \right] \left( 1 + \frac{nC'_{ox} \phi_t}{Q'_R} \right) \quad (3.31.b)$$

Ainda conforme as definições em (3.21), derivando-se a carga total de fonte  $Q_S$ , dada por (3.12.a), em relação aos potenciais de fonte e dreno, obtêm-se a capacitância de fonte e a transcapacitância fonte-dreno:

$$C_{ss} = \frac{2}{15} WL \frac{(3Q'_F{}^3 + 9Q'_F{}^2 Q'_R + 8Q'_F Q'_R{}^2)}{(Q'_F + Q'_R)^3} \frac{\partial Q'_{IS}}{\partial V_S} \Big|_{V_D, V_G, V_B} \quad (3.32.a)$$

$$C_{sd} = -\frac{4}{15} WL \frac{(Q'_R{}^3 + 3Q'_R{}^2 Q'_F + Q'_R Q'_F{}^2)}{(Q'_F + Q'_R)^3} \frac{\partial Q'_{ID}}{\partial V_D} \Big|_{V_S, V_G, V_B} \quad (3.32.b)$$

De (3.23) e (3.4.b), segue:

$$C_{ss} = \frac{2}{15} WLC'_{ox} n \frac{(3Q'_F{}^3 + 9Q'_F{}^2 Q'_R + 8Q'_F Q'_R{}^2)}{(Q'_F + Q'_R)^3} \left( 1 + \frac{nC'_{ox} \phi_t}{Q'_F} \right) \quad (3.33.a)$$

$$C_{sd} = -\frac{4}{15} WLC'_{ox} n \frac{(Q'_R{}^3 + 3Q'_R{}^2 Q'_F + Q'_R Q'_F{}^2)}{(Q'_F + Q'_R)^3} \left( 1 + \frac{nC'_{ox} \phi_t}{Q'_R} \right) \quad (3.33.b)$$

$$C_{gb} = \frac{1}{n} \frac{\partial Q_I}{\partial V_B} \Big|_{V_S, V_D, V_G} + \frac{n-1}{n} C_{ox} \quad (3.39.a)$$

$$C_{bg} = \frac{n-1}{n} \frac{\partial Q_I}{\partial V_G} \Big|_{V_S, V_D, V_B} + \frac{n-1}{n} C_{ox} \quad (3.39.b)$$

onde  $C_{ox} = WLC'_{ox}$  é a capacitância de porta.

Por sua vez, a derivada da densidade de carga de inversão na fonte ou no dreno, dada por (3.17), em relação a  $V_B$  fica, após introduzirmos as relações (3.23) e (3.36):

$$\frac{\partial Q'_{IS(D)}}{\partial V_B} \Big|_{V_S, V_D, V_G} = -\frac{(n-1)}{n} \frac{\partial Q'_{IS(D)}}{\partial V_{S(D)}} \Big|_{V_{D(S)}, V_G, V_B} \quad (3.40)$$

Aplicando (3.27) e (3.40) nas derivadas de  $Q_I$ , em relação a  $V_G$  e a  $V_B$ , e comparando com as expressões de  $C_{gs}$  e  $C_{gd}$ , obtêm-se:

$$\frac{\partial Q_I}{\partial V_B} \Big|_{V_S, V_D, V_G} = -(n-1)(C_{gs} + C_{gd}) \quad (3.41.a)$$

$$\frac{\partial Q_I}{\partial V_G} \Big|_{V_S, V_D, V_B} = -(C_{gs} + C_{gd}) \quad (3.41.b)$$

Assim, as expressões (3.39) reduzem-se simplesmente a:

$$\boxed{C_{gb} = C_{bg} = \frac{n-1}{n} (C_{ox} - C_{gs} - C_{gd})} \quad (3.42)$$

De maneira análoga, derivando a expressão de  $Q_S$ , (3.12.a), em relação a  $V_G$ , introduzindo a relação (3.27) e comparando com as expressões de  $C_{ss}$  e  $C_{sd}$ , determinamos a transcapacitância fonte-porta:

$$\boxed{C_{sg} = \frac{C_{ss} - C_{sd}}{n}} \quad (3.43)$$

E, finalmente, das definições das transcapacitâncias  $C_{sg}$  e  $C_{sb}$  em (3.21.a) e das relações (3.27) e (3.40), pode-se chegar facilmente a transcapacitância fonte-substrato:

$$\boxed{C_{sb} = (n-1)C_{sg}} \quad (3.44)$$



## 3.5. O MODELO BASEADO EM CORRENTE

### 3.5.1 . CARACTERÍSTICAS ESTÁTICAS E DINÂMICAS

As expressões que apresentamos nas Seções 3.2 a 3.4, destacadas do texto, constituem um modelo completo para as características estáticas e os parâmetros de pequenos sinais, em baixas e médias frequências, do transistor MOS canal longo. Todas estas características consistem de funções das densidades de carga de inversão na fonte e no dreno, que são, portanto, as variáveis-chaves do modelo, relacionadas às tensões terminais através da expressão não explícita (3.17), análoga a UCCM.

A extensa maioria dos circuitos analógicos a transistor MOS é polarizada em corrente, o que sugere a conveniência em tê-la como variável-chave do modelo. De fato, o nível da corrente de saturação é uma importante condição de projeto, tomando parte na definição de requisitos de desempenho do circuito. Nesta seção, o modelo desenvolvido até este ponto será reformulado em termos das duas componentes de saturação, direta e reversa, da corrente de dreno. Esta mudança justifica-se plenamente pela enorme simplicidade que pode proporcionar aos cálculos manuais para projeto de circuitos e ao procedimento de extração de parâmetros.

O ponto de partida para executar a substituição da densidade de carga de inversão pela componente de saturação da corrente é a expressão (3.1.b), que estabelece uma relação biunívoca entre estas duas variáveis e que pode ser reescrita na forma:

$$-\frac{Q'_{IS(D)}}{nC'_{ox}\phi_t} = \sqrt{1+i_{f(r)}} - 1 \quad (3.45.a)$$

onde  $i_{f(r)}$  é a corrente de saturação direta (reversa) normalizada [4], definida por

$$i_{f(r)} = \frac{I_{F(R)}}{I_S} \quad (3.45.b)$$

e  $I_S$  é a corrente de normalização, dada por

$$I_S = \mu C'_{ox} \frac{W}{L} n \frac{\phi_t^2}{2} \quad (3.45.c)$$

$I_S$  equivale à corrente de limiar na saturação,  $I_1$ , definida em [16] e é quatro vezes menor que o parâmetro homônimo definido em [4].  $I_S$  inclui um grande montante de informação sobre a

$$\frac{V_{DS}}{\phi_t} = \sqrt{1+i_r} - \sqrt{1+i_r} + \ln\left(\frac{\sqrt{1+i_r}-1}{\sqrt{1+i_r}+1}\right) \quad (3.48)$$

Trata-se de uma relação universal pois não exhibe parâmetros tecnológicos ou geométricos do transistor. As características de saída descritas por (3.48) são comparadas na Fig.3.4 às correspondentes curvas medidas, relativas a um transistor NMOS de uma tecnologia de comprimento mínimo igual a 0,75  $\mu\text{m}$ , com  $W = L = 25 \mu\text{m}$  e  $t_{ox} = 280 \text{ \AA}$ .

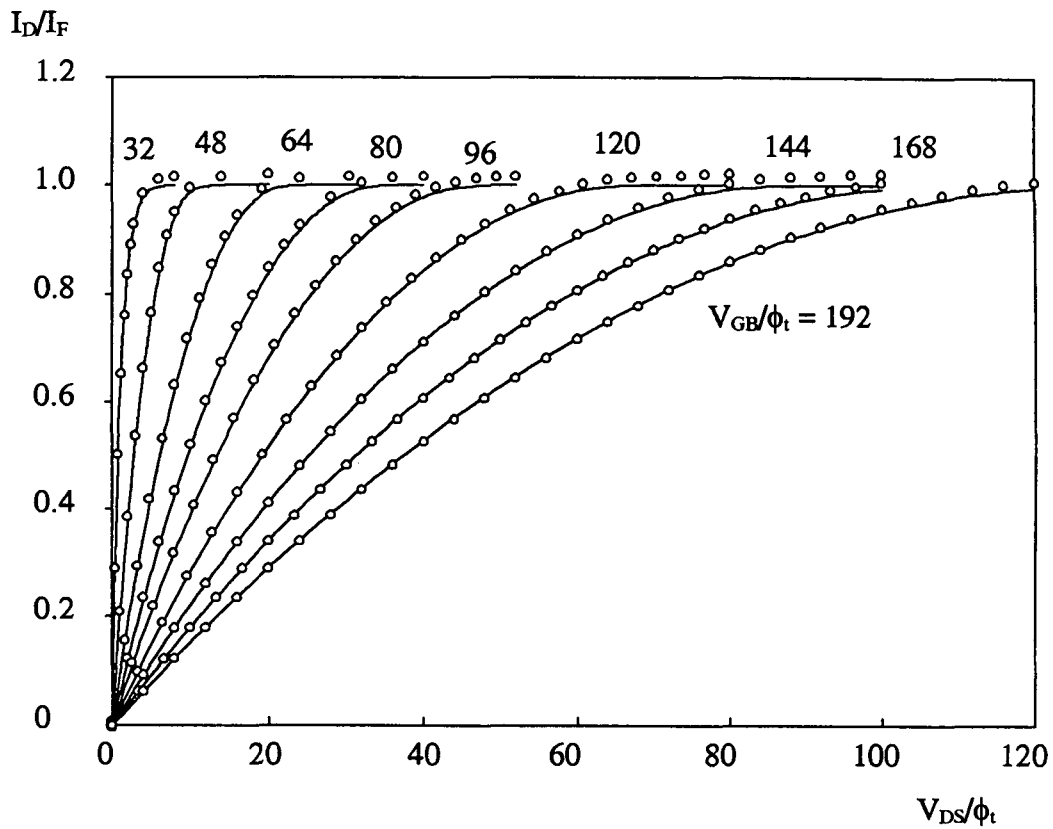


Fig.3.4. Características de saída normalizadas

(—) calculadas - expressão (3.48)      (o o o) medidas

### 3.5.2. UNIVERSALIDADE DA RAZÃO CORRENTE-TRANSCONDUTÂNCIA EM SATURAÇÃO

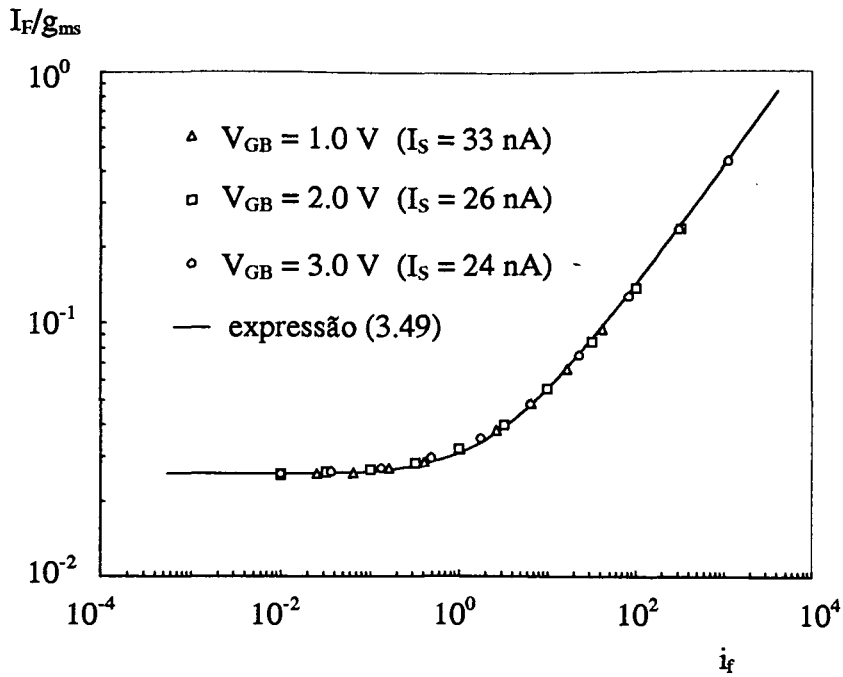
Foi salientado no item precedente o proeminente papel da corrente de polarização em projetos de circuitos analógicos. Mais especificamente, a razão entre a corrente de dreno na saturação e a transcondutância de porta  $I_D/g_{m_g}$  consiste num poderoso parâmetro de projeto [3, 20-22].

Consideremos as características tensão-corrente da Fig.3.5.a, medidas em saturação, para alguns valores fixos de  $V_{GB}$  e uma varredura em  $V_{SB}$ . As correntes são representadas em escala logarítmica e, por isto, os valores da inclinação de cada uma destas curvas, exibidos na Fig.3.5.b, correspondem à razão entre  $I_F$  e  $g_{ms}$ . Percebe-se que esta razão é praticamente constante em inversão fraca e varia muito pouco com  $V_{GB}$ , ou seja, as curvas na Fig.3.5.a são aproximadamente paralelas.

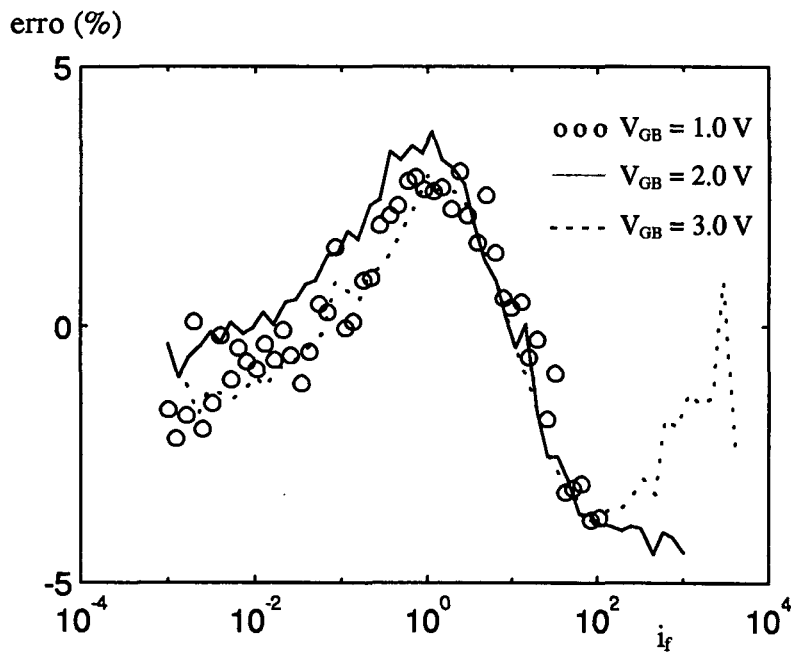
De acordo com o nosso modelo, a razão entre a corrente na saturação direta (reversa) e a transcondutância de fonte (dreno) é completamente especificada pela corrente direta (reversa) normalizada. É o que se pode verificar, dividindo-se  $I_{F(R)}$  pela sexta equação da Tabela I, do que resulta, após algum algebrismo [3, 22]:

$$\frac{I_{F(R)}}{\phi_t g_{ms(d)}} = \frac{\sqrt{1 + i_{f(r)}} + 1}{2} \quad (3.49)$$

A relação (3.49) é independente da tensão de porta, da temperatura, da tecnologia e das dimensões do transistor (suposto de canal longo). Portanto, a razão corrente de dreno por transcondutância de fonte (dreno), na saturação direta (reversa), define um padrão de comportamento universal, experimentalmente comprovado, como se pode verificar nas Figs.3.6-8. Os valores calculados através de (3.49) são comparados às medidas da razão  $I_F/g_{ms}$  relativas a transistores NMOS canal longo, para: diferentes polarizações de porta na Fig.3.6.a; para duas tecnologias distintas, uma atual (0,75  $\mu\text{m}$ ) e outra emergente (0,25  $\mu\text{m}$ ), na Fig.3.7; para dois comprimentos de canal, um muito longo (mais de 30 vezes o comprimento mínimo da tecnologia) e outro, não tanto (mais de 3 vezes o comprimento mínimo), na Fig.3.8. Qualquer dos casos acusa uma excelente concordância entre a lei universal descrita por (3.49) e os dados experimentais.



(a)



(b)

Fig.3.6.Razão  $I_F/g_{ms}$  para diferentes tensões de porta  
 Transistor NMOS com  $W = L = 25 \mu\text{m}$  e  $t_{ox} = 280 \text{ \AA}$

Os erros percentuais correspondentes à Fig.3.6.a são ilustrados na Fig.3.6.b. Note-se que, em saturação,  $g_{ms} = n.g_{mg}$  (Tabela I). Sendo  $n$  muito pouco variável com a tensão  $V_{GB}$ , a curva universal descrita por (3.49) pode ser empregada como um ábaco para projeto de circuitos analógicos. Nas Figs.(3.6-8), o parâmetro  $I_s$  foi determinado de acordo com um procedimento descrito no Capítulo 4, que utiliza a própria relação (3.49).

### 3.6. MODELO NÃO QUASI-ESTÁTICO

Como afirmado na Seção 3.4, as expressões dos parâmetros de pequenos sinais aí deduzidas pressupõem que o transistor MOS esteja operando quasi-estaticamente. Se submetemos o dispositivo a excitações muito rápidas, tais expressões não descreverão corretamente seu funcionamento. Será necessário admitir que a corrente que atravessa o canal varia não apenas no tempo, mas também no espaço, uma vez que atua no aumento ou diminuição da carga de inversão armazenada em cada ponto do canal. O princípio da conservação da carga exige que esta carga e esta corrente (que não mais designaremos corrente de dreno, por razões óbvias) se relacionem através da equação da continuidade ([5], pag. 282, e [14])

$$\frac{\partial i_I(x,t)}{\partial x} = W \frac{\partial q'_I(x,t)}{\partial t} \quad (3.50)$$

onde  $i_I(x,t)$  é a corrente do canal de inversão, cujo sentido é suposto do dreno para a fonte, e  $q'_I(x,t)$  é a carga de inversão,<sup>4</sup> variáveis no tempo e com a posição  $x$ .

Aplicando-se em (2.9.a) a aproximação fundamental do nosso modelo, (2.12.a), e levando em consideração as variações temporal e espacial da corrente e da densidade de carga, chega-se a:

$$i_I(x,t) = -\frac{\mu W}{nC'_{ox}} (q'_I(x,t) - nC'_{ox}\phi_t) \frac{\partial q'_I(x,t)}{\partial x} \quad (3.51)$$

Juntas, (3.50) e (3.51) consistem num sistema de equações diferenciais solúvel apenas numericamente ou de maneira aproximada. Como em [14] é efetuada uma linearização da

---

<sup>4</sup> A notação aqui utilizada é idêntica à da referência [5], capítulo 9.

onde  $M(m) = I(i)$ ,  $B(b)$  ou  $G(g)$ ,<sup>6</sup> e onde  $I_M(x)$  e  $Q'_M(x)$  são as componentes quiescentes da corrente e da densidade de carga e  $I_m(x)$  e  $Q'_m(x)$ , suas componentes fasoriais incrementais.

Um modelo não quasi-estático de parâmetros admitância (parâmetros  $y$ ) pode, pois, ser desenvolvido a partir das definições ([5], pag.376):

$$I_s(\omega) = I_i(0, \omega) = y_{ss}(\omega) \cdot V_s + y_{sd}(\omega) \cdot V_d + y_{sg}(\omega) \cdot V_g + y_{sb}(\omega) \cdot V_b \quad (3.55.a)$$

$$I_d(\omega) = I_i(L, \omega) = y_{ds}(\omega) \cdot V_s + y_{dd}(\omega) \cdot V_d + y_{dg}(\omega) \cdot V_g + y_{db}(\omega) \cdot V_b \quad (3.55.b)$$

$$I_g(\omega) = y_{gs}(\omega) \cdot V_s + y_{gd}(\omega) \cdot V_d + y_{gg}(\omega) \cdot V_g + y_{gb}(\omega) \cdot V_b \quad (3.55.c)$$

$$I_b(\omega) = y_{bs}(\omega) \cdot V_s + y_{bd}(\omega) \cdot V_d + y_{bg}(\omega) \cdot V_g + y_{bb}(\omega) \cdot V_b \quad (3.55.d)$$

Embora (3.55) definam dezesseis parâmetros  $y$ , apenas nove são independentes, valendo as relações ([5], pag.376):

$$y_{mm} = -(y_{mk} + y_{mp} + y_{mr}) = -(y_{km} + y_{pm} + y_{rm}) \quad k \neq p \neq r \neq m \quad (3.55.e)$$

No Apêndice D, utilizando o método iterativo proposto em [28] e adotado em [5, 14, 29], método este que permite desenvolver um modelo não quasi-estático de qualquer ordem desejada, deduzimos os seguintes parâmetros  $y$  de segunda ordem, válidos para todo o regime de inversão:

$$y_{gs} = -\frac{1}{D(\omega)} \left[ j\omega C_{gs} + \omega^2 \frac{C_{ox}^2 L}{\mu W} n \frac{2}{45} \frac{2Q_F'^2 + 8Q_F'Q_R' + 5Q_R'^2}{(Q_F' + Q_R')^4} (Q_F' + nC_{ox}'\phi_t) \right] \quad (3.56.a)$$

$$y_{gd} = -\frac{1}{D(\omega)} \left[ j\omega C_{gd} + \omega^2 \frac{C_{ox}^2 L}{\mu W} n \frac{2}{45} \frac{5Q_F'^2 + 8Q_F'Q_R' + 2Q_R'^2}{(Q_F' + Q_R')^4} (Q_R' + nC_{ox}'\phi_t) \right] \quad (3.56.b)$$

$$y_{gg} = \left( \frac{n-1}{n} j\omega C_{ox} - \frac{y_{gs} + y_{gd}}{n} \right) \quad (3.56.c)$$

$$y_{gb} = \frac{n-1}{n} (-j\omega C_{ox} - y_{gs} - y_{gd}) \quad (3.56.d)$$

$$y_{ds} = \frac{g_{ms}}{D(\omega)} \quad (3.56.e)$$

$$y_{dd} = \frac{g_{md}}{D(\omega)} - ny_{gd} \quad (3.56.f)$$

<sup>6</sup> Para  $M(m) = G(g)$  ou  $B(b)$ , a corrente é independente de  $x$ .

Na Fig.3.9 estão representadas as variações de  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , em saturação, para uma variação do grau de inversão  $i_f$ . Na Fig.3.10 ilustramos os produtos  $\omega_T \cdot \tau_1$  e  $(\omega_T \cdot \tau_2)^2$ , também em saturação, sendo  $\omega_T$  a frequência de transição aproximada do transistor.  $\omega_T$  é definida em [3, 32] como o valor da frequência angular para o qual o ganho em corrente na configuração fonte comum é unitário. Para a determinação da frequência de transição, adotamos, como em [3], o modelo quasi-estático simplificado mencionado na Seção 3.4, constituído apenas pelos parâmetros  $g_{ms}$ ,  $g_{md}$ ,  $g_{mg}$ ,  $C_{gs}$ ,  $C_{gd}$ ,  $C_{gb}$ ,  $C_{bs}$  e  $C_{bd}$ . Desta forma, tem-se [3]:

$$\omega_T = \frac{g_{mg}}{C_{gs} + C_{gb}} \quad (3.59)$$

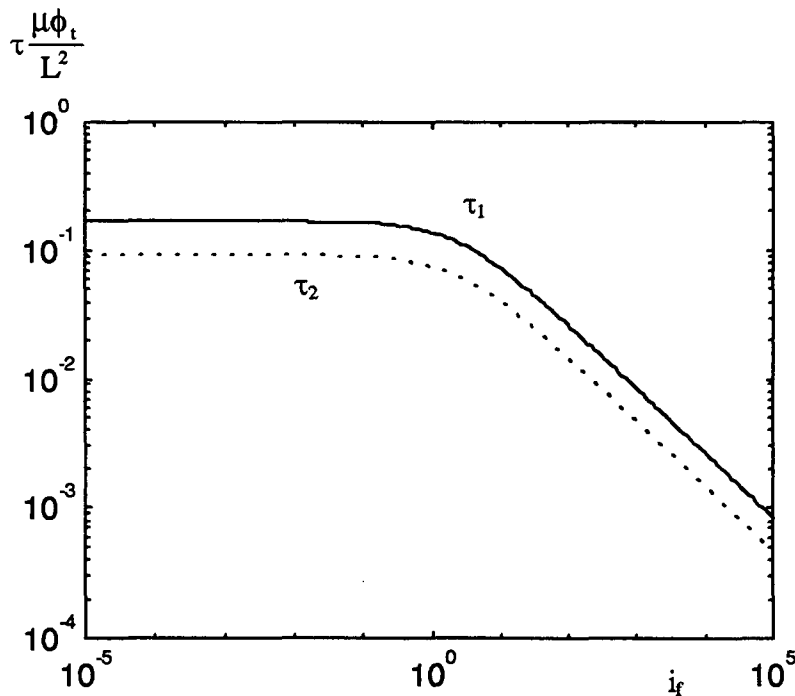


Fig.3.9. Constantes de tempo de primeira e segunda ordem do denominador dos parâmetros  $y$ , em saturação

Pode-se observar que, até frequências da magnitude de  $\omega_T$ , o termo de segunda ordem quase nenhuma influência apresenta sobre o denominador dos parâmetros  $y$ , seja qual for o nível de inversão da fonte no transistor saturado. Quanto ao termo de primeira ordem, é bem pouco importante em inversão fraca na frequência de transição, ficando significativo apenas quando os valores de  $i_f$  são maiores que a unidade. Portanto, somente em inversão moderada e forte torna-se

## **CAPÍTULO 4 - VERIFICAÇÃO EXPERIMENTAL**

### **4.1. EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS CANAL LONGO**

#### **4.1.1. PRINCÍPIOS**

A precisão do modelo desenvolvido no Capítulo 3 pode ser verificada através da comparação com dados experimentais extraídos de transistores canal longo. Para tanto, deve-se determinar um conjunto de parâmetros relativos ao dispositivo sob teste, de forma completamente consistente com as equações do modelo. Veremos a seguir que a formulação em termos das componentes de saturação da corrente de dreno favorece o estabelecimento de uma metodologia muito simples de caracterização, visto que a corrente e a razão corrente-transcondutância são variáveis facilmente mensuráveis. A metodologia a ser descrita a seguir tira proveito da simetria fonte-dreno inerente ao MOSFET e da propriedade segundo a qual toda a informação sobre o funcionamento de um dispositivo canal longo está contida nas características medidas em saturação. O padrão de comportamento em não saturação fica conhecido graças à nítida



Fig.4.1. Polarização do MOSFET na configuração “porta-comum” para extração da corrente de normalização e da tensão de “pinch-off”

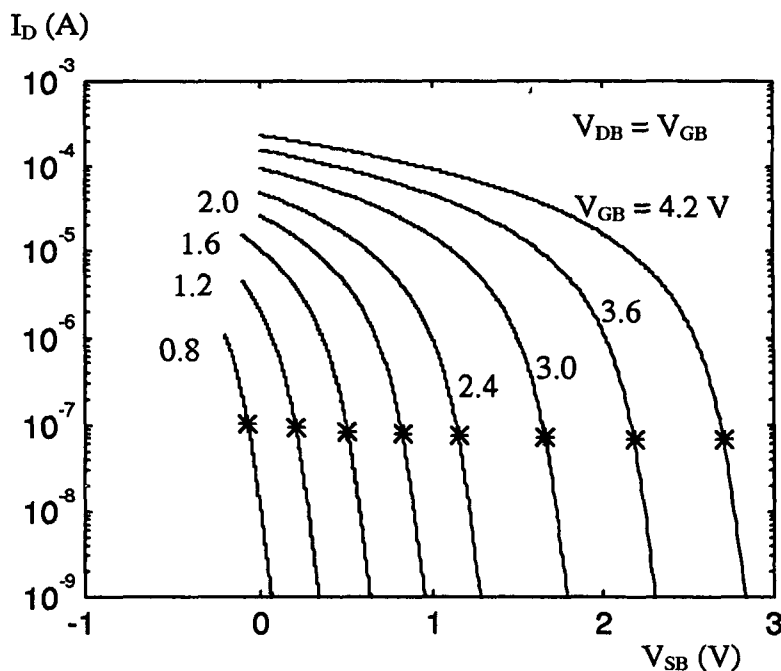
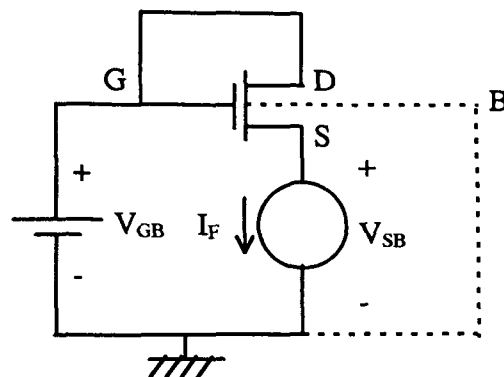


Fig.4.2. Características “porta-comum” de um MOSFET canal N com  $W = L = 25 \mu\text{m}$  e  $t_{\text{ox}} = 280 \text{ \AA}$ .

(\*) Valores de  $V_P$  extraídos para  $I_F = 3 \cdot I_S$

Para cada  $V_{GB}$ , os valores de  $I_F$  medidos e de  $I_F/g_{ms}$  calculados segundo (4.2) podem ser substituídos em (4.1) resultando em valores preliminares de  $I_S$ , ilustrados na Fig.4.3, contra uma variação de  $I_F/I_S$  em inversão moderada. Esta é a região de maior interesse para os projetistas de circuitos analógicos, na atualidade. Convém, pois, tentar otimizar a extração de parâmetros nesta região. Em [3], utilizando-se um critério da tolerância máxima igual a 10% para as aproximações

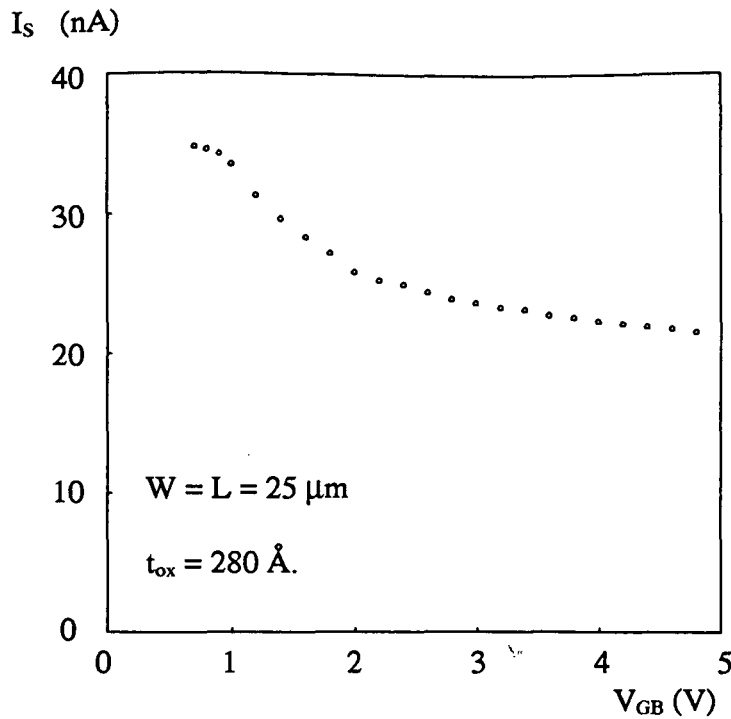


Fig. 4.4. Corrente de normalização  
(Transistor NMOS com  $W = L = 25 \mu\text{m}$  e  $t_{\text{ox}} = 280 \text{ \AA}$ )

### 4.1.3. TENSÃO DE “PINCH-OFF”

A discussão apresentada nos capítulos precedentes permite identificar a tensão de “pinch-off” como um valor da tensão do canal ocorrente na transição entre inversão fraca e forte (região estrangulada e não), associada a um valor específico da densidade de carga de inversão  $Q'_{\text{IP}}$ , até então não definido. Para garantir a boa precisão do modelo o valor de  $Q'_{\text{IP}}$  deve ser escolhido dentro de limites tais que  $V_P$  não se afaste demasiadamente de sua definição clássica (2.6). Ainda assim, persiste uma pequena margem de escolha e adotaremos aqui o valor:

$$Q'_{\text{IP}} = -nC'_{\text{ox}}\phi_t \quad (4.3)$$

Esta escolha simplifica sobremaneira os cálculos manuais com as equações do modelo listadas na Tabela I, pois, de acordo com (3.47), resulta  $i_p = 3$ . Além disto, valores de  $Q'_{\text{IP}}$  proporcionais ao fator de rampa eliminam a necessidade de se determinar previamente este último, para a extração da tensão de “pinch-off. Isto, porque o valor de  $i_p$ , a ser introduzido na última expressão da Tabela I, fica independente do fator de rampa. Uma vez conhecida a variação de  $V_P$

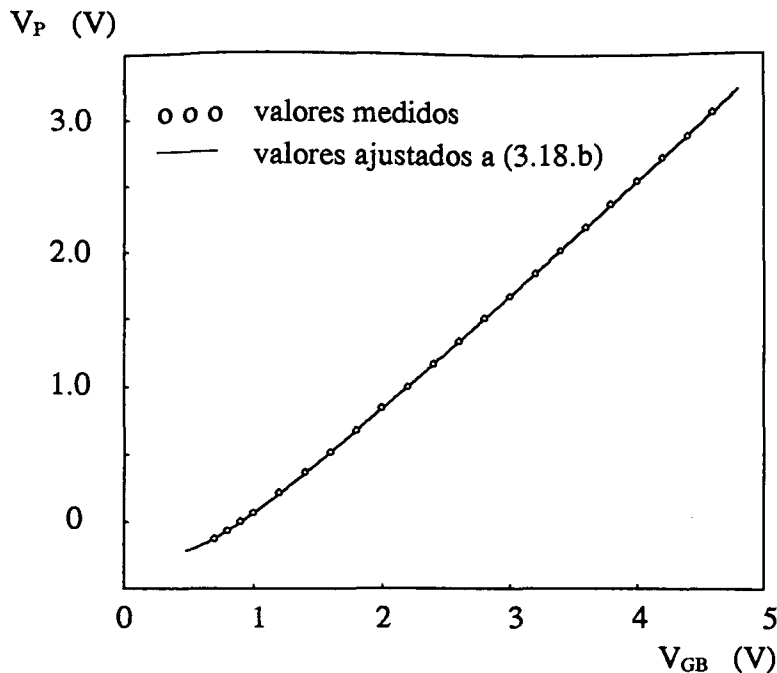


Fig.4.6. Tensão de “pinch-off”

(Transistor NMOS com  $W = L = 25 \mu\text{m}$  e  $t_{\text{ox}} = 280 \text{ \AA}$ )

#### 4.1.4. MOBILIDADE E SUA DEPENDÊNCIA COM O CAMPO ELÉTRICO TRANSVERSAL

A definição de  $I_s$  em (3.45.c) permite determinar, uma vez conhecidos  $I_s(V_{GB})$  e  $n(V_{GB})$ , a mobilidade  $\mu$ , para cada valor de  $V_{GB}$ :

$$\mu C'_{\text{ox}} \frac{W}{L} = \frac{2I_s}{n\phi_t^2} \quad (4.4)$$

Para se obter uma descrição analítica contínua da variação de  $\mu$  com a tensão de porta, devem-se determinar no mínimo dois parâmetros. Uma opção são as grandezas  $\mu_0$  e  $\theta$ , tais que os pontos calculados por (4.4) se ajustam à expressão:

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \theta \sqrt{\phi_0 + V_P}} \quad (4.5)$$

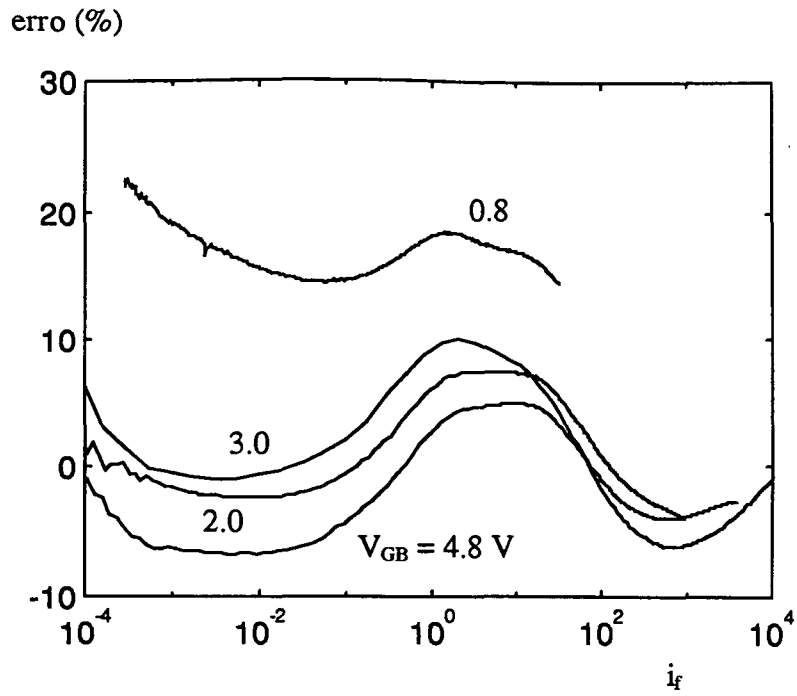
A equação (4.5) resulta de uma extrema simplificação do modelo apresentado no Apêndice F para a dependência da mobilidade com o campo elétrico transversal, simplificação esta que prioriza a precisão do modelo em inversão moderada. Na Fig.4.7 são exibidos os valores

TABELA II - PARÂMETROS CANAL LONGO

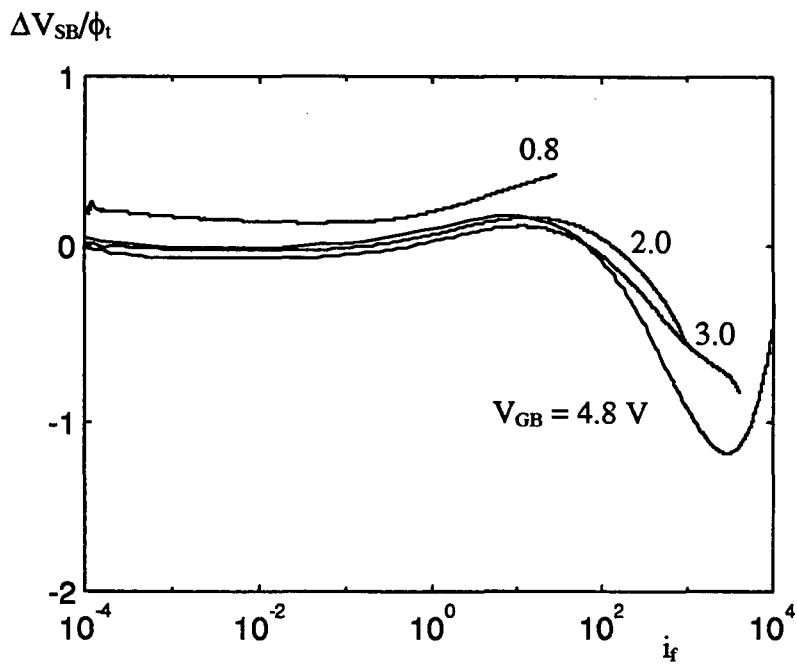
transistores → parâmetros ↓	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>
V <sub>TO</sub> (V)	0,90	0,61
γ (V <sup>1/2</sup> )	0,48	0,62
φ <sub>0</sub> (V)	0,22	0,87
μ <sub>0</sub> ( $\frac{\text{cm}^2}{\text{V.s}}$ )	644	522
θ (V <sup>-1/2</sup> )	0,21	0,36

As Figs.4-8 a 4-12 dizem respeito ao transistor T<sub>1</sub> e as Figs.4-13 a 4-16 , ao transistor T<sub>2</sub>. São ilustradas características “porta-comum” (curvas I<sub>D</sub> versus V<sub>SB</sub>, parametrizadas por V<sub>GB</sub>) em saturação e características “fonte-comum” (curvas I<sub>D</sub> versus V<sub>GB</sub>, parametrizadas por V<sub>SB</sub>). As transcondutâncias de fonte e de porta também são representadas. É notável a concordância entre pontos simulados e dados experimentais em todas as curvas e em todo o regime de inversão. Na Fig.4.9 são exibidos o erro percentual na corrente de dreno e o erro absoluto na tensão fonte-substrato, resultantes da simulação das características “porta-comum” do transistor T<sub>1</sub>. Estes erros, avaliados para uma extensa faixa do nível de inversão<sup>2</sup>, apresentam valores aceitáveis, competitivos com modelos comerciais mais complexos [30, 31]. Devemos salientar que este nível satisfatório de precisão foi atingido por meio de um formalismo deveras simples associado a uma metodologia de caracterização igualmente singela, ambos consistentes entre si e com os sólidos princípios físicos do modelo.

<sup>2</sup> Abaixo de  $i_f = 10^{-4}$  os valores pico-ampéricos da corrente de dreno são mascarados por ruído e correntes de fuga, não sendo possível avaliar a precisão das características simuladas.



(a)



(b)

Fig.4.9. Erros associados às características “porta comum” do NMOSFET  $T_1$   
 (a) erro percentual na corrente de dreno      (b) erro absoluto na tensão fonte-substrato

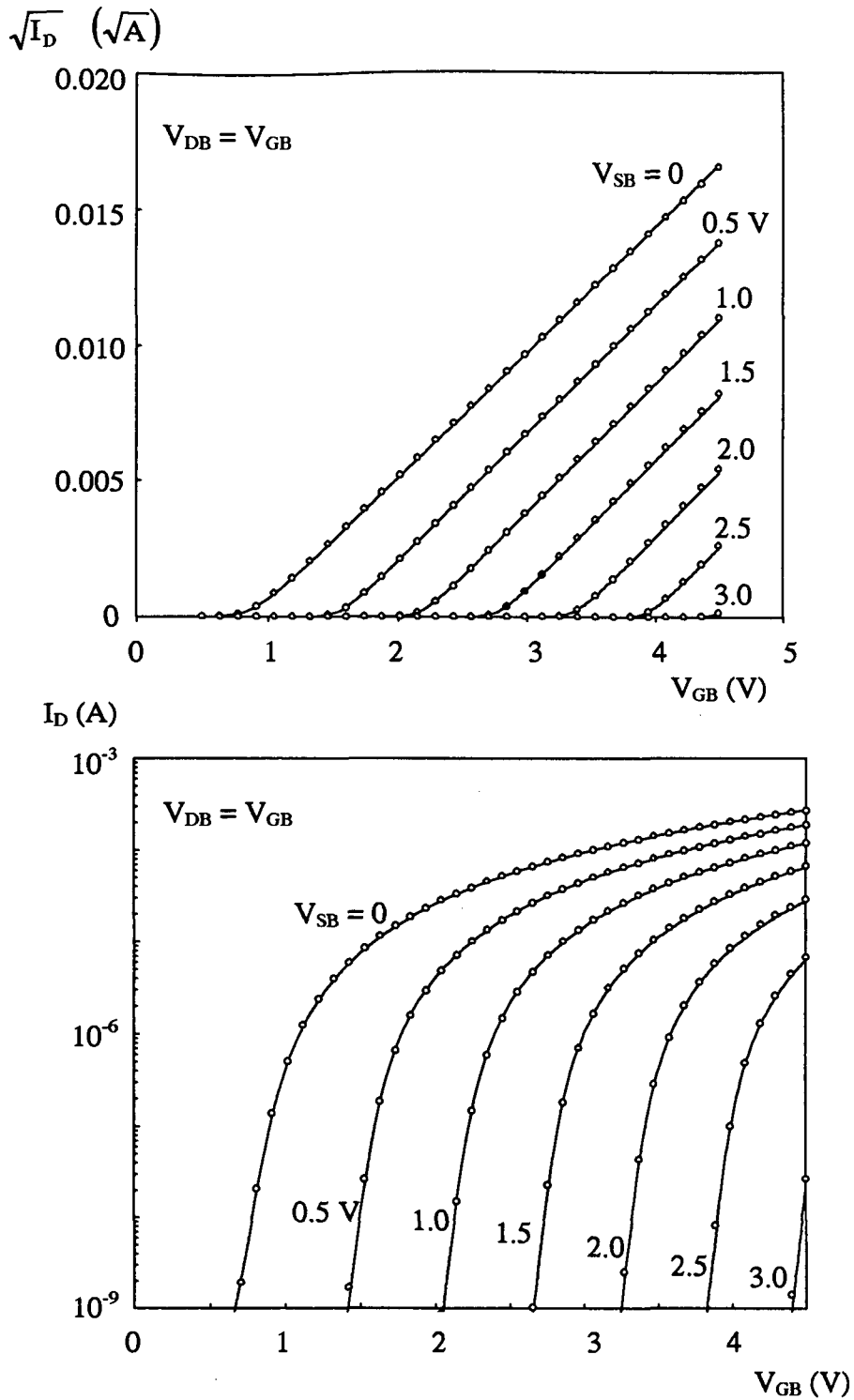


Fig.4.11. Características “fonte-comum” do NMOSFET  $T_1$  ( $W = L = 25 \mu\text{m}$  e  $t_{ox} = 280 \text{ \AA}$ )

— simuladas

o o o medidas

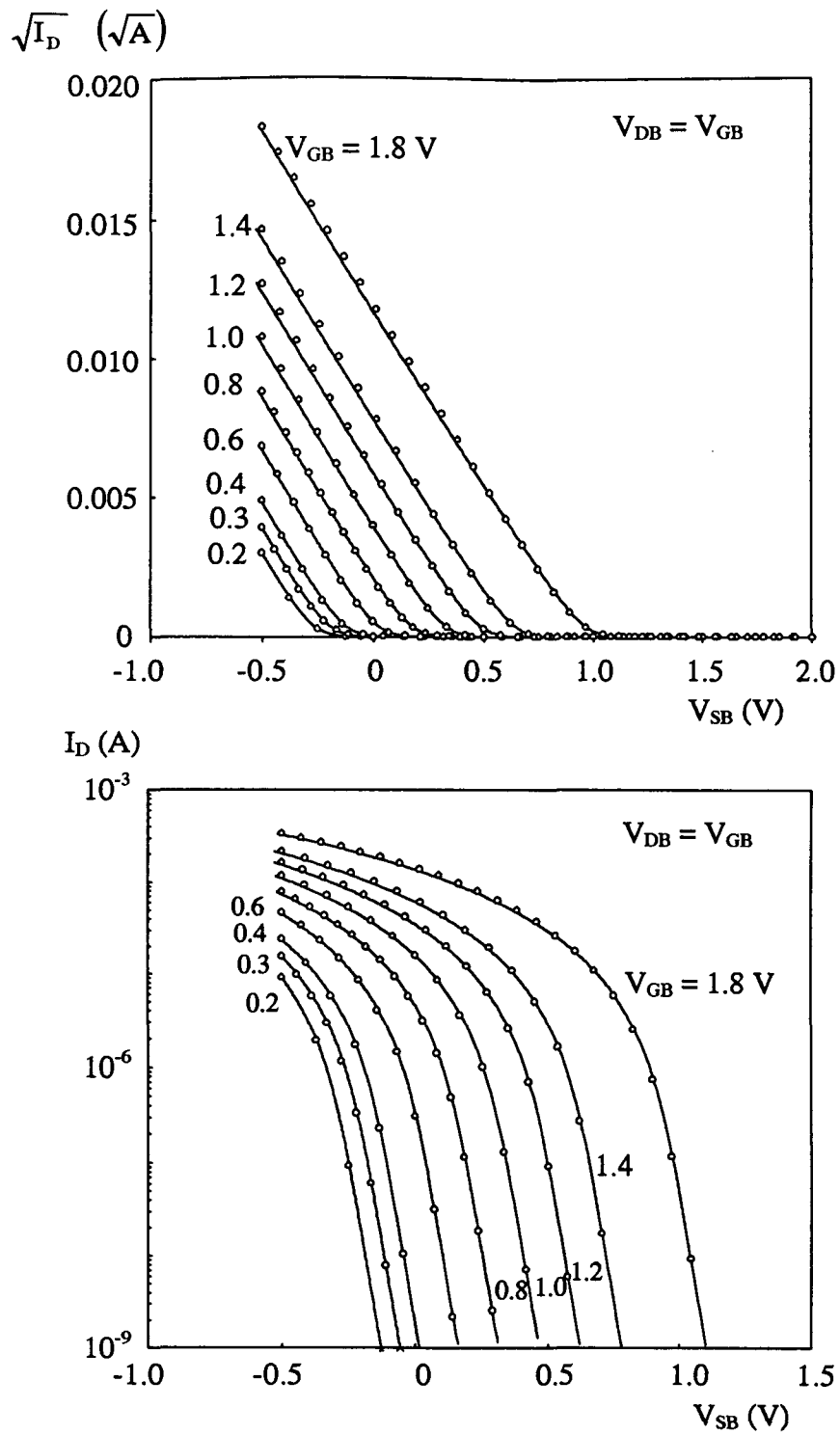


Fig.4.13. Características “porta-comum” do NMOSFET  $T_2$  ( $W = 25 \mu\text{m}$ ,  $L = 20 \mu\text{m}$  e  $t_{ox} = 55 \text{ \AA}$ )

— simuladas

o o o medidas

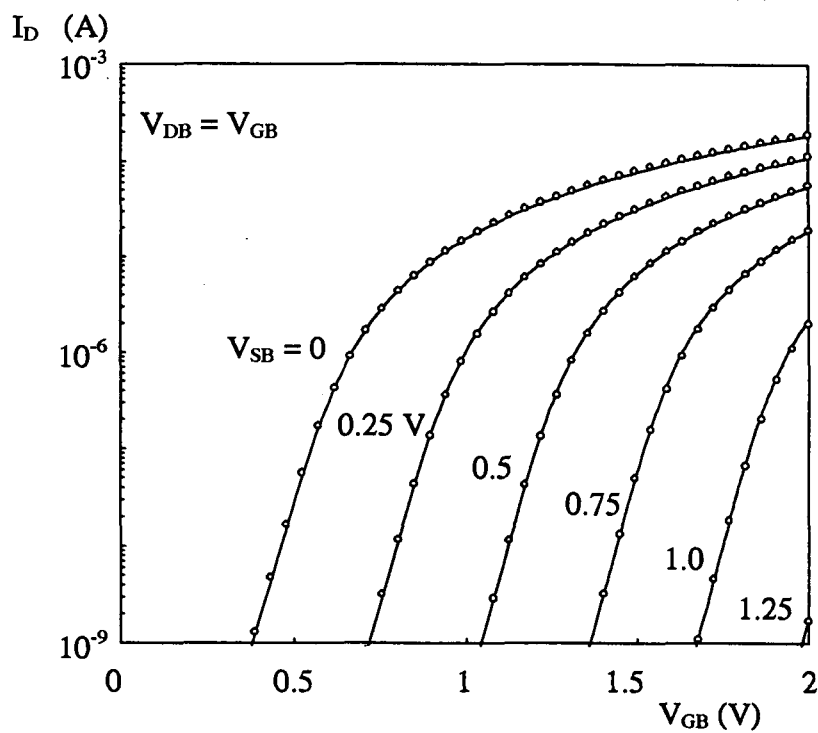
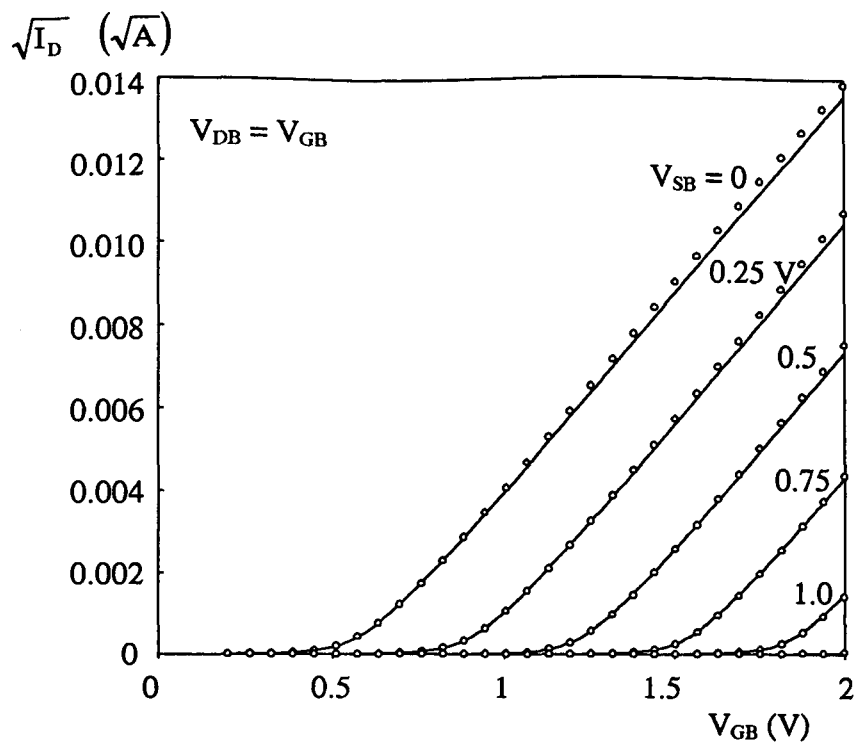


Fig.4.15. Características “fonte-comum” do NMOSFET  $T_2$  ( $W = 25 \mu\text{m}$ ,  $L = 20 \mu\text{m}$  e  $t_{ox} = 55 \text{ \AA}$ )

— simuladas

o o o o medidas



## CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO

O modelo proposto e discutido nos capítulos precedentes é extremamente adequado para projeto de circuitos analógicos, coadunando-se com as mais recentes propensões deste domínio tecnológico.

Uma sólida base física e a onipresença de uma mesma aproximação em cada passo dedutivo do modelo (a relação incrementalmente linear entre a densidade de carga de inversão e o potencial de superfície) contribuíram para tecer com uma firme coerência todas as equações. Além disto, o modelo respeita propriedades fundamentais do comportamento do transistor, como a simetria fonte-dreno intrínseca e a decomposição da corrente de dreno nos termos de saturação direta e reversa, em dispositivos de canal longo. Tais propriedades são tão simples e evidentes, quanto restam esquecidas na grande maioria dos modelos tradicionais, o que pode levar a resultados de simulação incongruentes.

Dentre os modelos dedicados a projeto de circuitos, o denominado EKV [4], que vem se popularizando enormemente na comunidade, foi o primeiro a enfatizar a obediência a estas propriedades. Ademais, a visão profundamente aplicada dos seus criadores abriu espaço para um equacionamento em função das componentes de saturação da corrente de dreno. Convencidos

## APÊNDICE A - APROXIMAÇÃO ANALÍTICA PARA A RELAÇÃO ENTRE CORRENTE E TENSÕES APLICADAS

A expressão que relaciona a corrente normalizada direta (reversa) e a tensão aplicada entre fonte (dreno) e substrato é da forma:

$$u = \sqrt{1+i} + \ln(\sqrt{1+i} - 1) \quad (A1)$$

sendo explícita em  $u$ , porém não em  $i$ .

Embora na maior parte dos circuitos analógicos os transistores sejam polarizados em corrente, podendo as demais características serem avaliadas em termos da corrente de saturação, para uma análise completa do funcionamento de um circuito ou dispositivo em simuladores, pode se fazer necessária a resolução de  $i$  em termos de  $u$  (ou seja, da corrente em termos da tensão). Uma possível aproximação analítica para a função  $i(u)$  é:

$$i_{ap} = \left\{ 1 + \ln \left[ 1 + \frac{e^{u-1}}{1 + k \ln(1 + e^{u-1})} \right] \right\}^2 - 1 \quad (A2)$$

onde  $k$  é um parâmetro de ajuste. Nos limites quando  $i$  tende a zero (inversão fraquíssima) ou a infinito (inversão fortíssima) as expressões (A2) e (A1) apresentam comportamentos assintóticos

Desde que os coeficientes  $c_0$  e  $c_1$  sejam determinados adequadamente, as expressões (A2) e (A3) combinadas proporcionam uma excelente aproximação para (A1), permitindo explicitar a corrente de saturação do MOSFET em termos da tensão aplicada. É também aplicável a qualquer outro problema físico descrito por uma expressão matemática na forma de (A1).

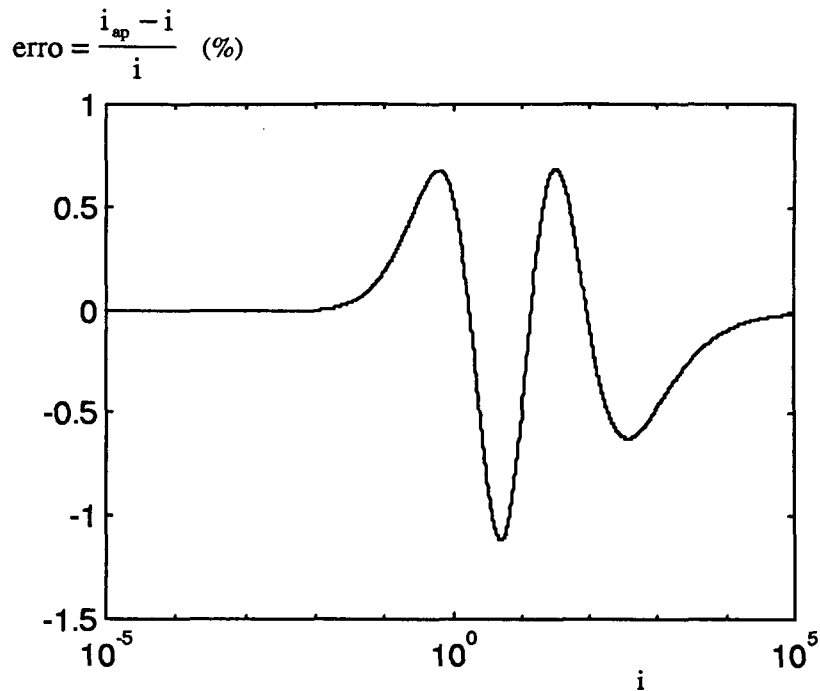


Fig.A2. Erro percentual da aproximação em (A2)  
k calculado segundo (A3)

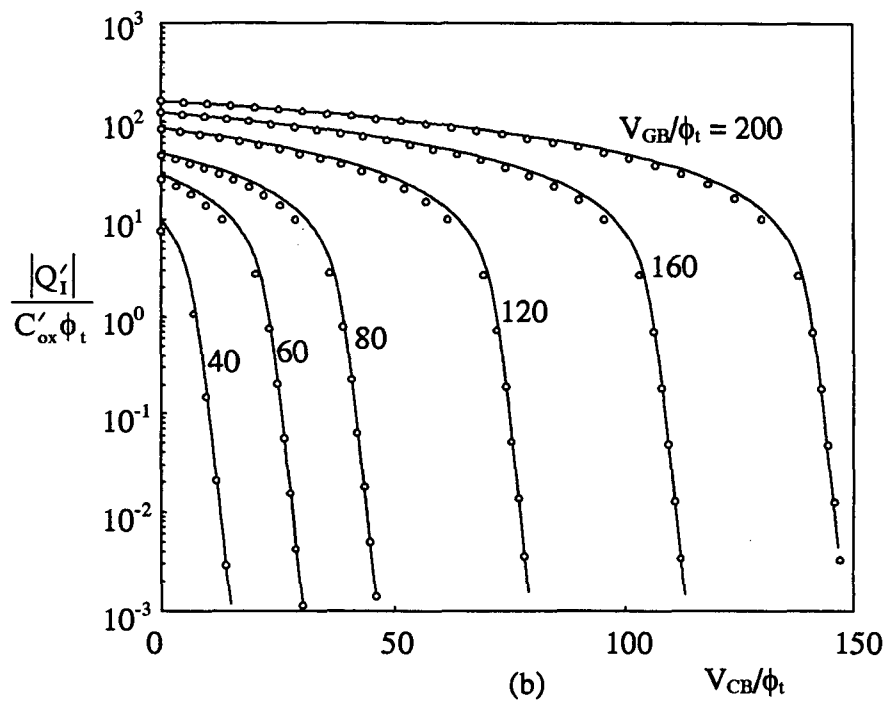
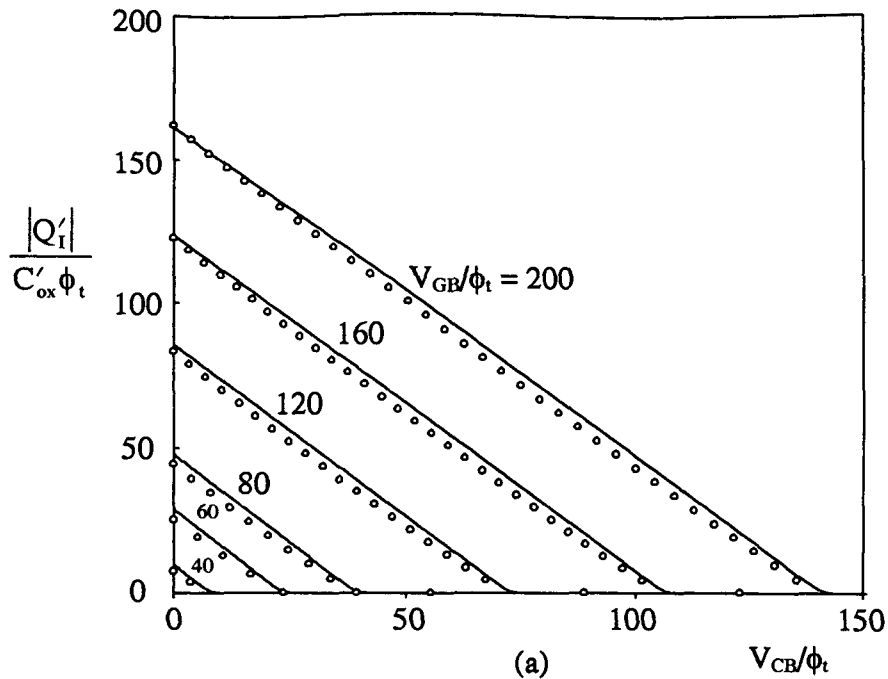


Fig.B1. Densidade de carga de inversão

(—) modelo reversível - expressão (B3)

(o o) expressão clássica de folha de carga (2.8.b), com  $\phi_s$  computado através de (2.4)

## APÊNDICE C - EXPRESSÕES CORRIGIDAS DE PARÂMETROS DETERMINADOS POR DIFERENCIAÇÃO COM RESPEITO AOS POTENCIAIS DE PORTA E SUBSTRATO

No Capítulo 3 foram deduzidas expressões bem simples para os parâmetros de pequenos sinais  $g_{mg}$ ,  $C_{gb}$ ,  $C_{bg}$ ,  $C_{sg}$  e  $C_{sb}$ , uma vez que desconsideramos as derivadas de  $n$ ,  $Q'_{IP}$  e  $\mu$  em relação a  $V_G$  e a  $V_B$ . Apresentaremos a seguir as correspondentes expressões corrigidas quanto a estas aproximações.

Assumiremos que:

$$Q'_{IP} = -anC'_{ox}\phi_t \quad (C1)$$

onde  $a$  é uma constante positiva, preferencialmente menor ou igual à unidade, e que, conforme discutido no Capítulo 4,

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \theta\sqrt{\phi_0 + V_P}} \quad (C2)$$

$$\begin{aligned}
C_{sg} = & \frac{C_{ss} - C_{sd}}{n} + \\
& - \frac{\phi_t}{n} \frac{\partial n}{\partial V_G} \left\{ C_{ss} \left( \frac{Q'_F}{nC'_{ox}\phi_t} + 1 \right) - C_{sd} \left( \frac{Q'_R}{nC'_{ox}\phi_t} + 1 \right) + \right. \\
& \left. - nC_{ox} \left[ \frac{6Q'_F{}^3 + 22Q'_F{}^2Q'_R + 14Q'_FQ'_R{}^2 + 4Q'_R{}^3}{15(Q'_F + Q'_R)^3} - \frac{1}{2} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{C9}$$

$$\begin{aligned}
C_{sb} = & \frac{(n-1)C_{ss} - C_{sd}}{n} + \\
& - \frac{\phi_t}{n} \frac{\partial n}{\partial V_G} \left\{ C_{ss} \left( \frac{Q'_F}{nC'_{ox}\phi_t} + 1 \right) - C_{sd} \left( \frac{Q'_R}{nC'_{ox}\phi_t} + 1 \right) + \right. \\
& \left. - nC_{ox} \left[ \frac{6Q'_F{}^3 + 22Q'_F{}^2Q'_R + 14Q'_FQ'_R{}^2 + 4Q'_R{}^3}{15(Q'_F + Q'_R)^3} + \frac{1}{2} \right] \right\}
\end{aligned} \tag{C10}$$

inversão,  $Q'_i(x, \omega)$ , se a componente fasorial da densidade de carga de depleção  $Q'_b(x, \omega)$  assim o for. De (3.7) e (3.37), temos<sup>1</sup>:

$$q'_B(x, t) = -\gamma C'_{ox} \sqrt{\phi_0 + v_P(t)} - \frac{n-1}{n} [q'_i(x, t) - Q'_{IP}] \quad (D3)$$

onde  $v_P(t)$  é a tensão de “pinch-off” variável no tempo. Como estamos supondo excursões incrementais dos sinais aplicados, a seguinte linearização aproximada é permitida:

$$\gamma \sqrt{\phi_0 + v_P(t)} = \frac{n-1}{n} [v_G(t) - v_B(t) - V_{GB}] + \gamma \sqrt{\phi_0 + V_P} \quad (D4.a)$$

onde  $v_G(t)$  e  $v_B(t)$  são, respectivamente, os potenciais de porta e substrato variáveis no tempo.

Assim, para o caso de excitação senoidal:

$$q'_B(x, t) = Q'_B(x) - \frac{n-1}{n} [C'_{ox}(V_g - V_b) + Q'_i(x, \omega)] e^{j\omega t} \quad (D4.b)$$

Introduzindo (D4.b) em (3.52), resultam:

$$I_g(\omega) = j\omega \left[ \frac{n-1}{n} C'_{ox}(V_g - V_b) - \frac{W}{n} \int_0^L Q'_i(x, \omega) dx \right] \quad (D5.a)$$

$$I_b(\omega) = -j\omega \frac{n-1}{n} \left[ C'_{ox}(V_g - V_b) + W \int_0^L Q'_i(x, \omega) dx \right] \quad (D5.b)$$

A resolução de (D1) é imediata e conduz a (3.5). O sistema (D2), por outro lado, requer uma solução numérica, mas pode ser resolvido analiticamente para qualquer ordem finita pelo método iterativo proposto em [28] e adotado por [5, 14, 29]. Para resolver (D2), precisamos estabelecer condições de contorno, que podem ser os valores de  $Q'_i$  nos extremos do canal,  $Q'_i(0, \omega)$  e  $Q'_i(L, \omega)$ . Para determinar estas quantidades, substituamos em (3.17) as versões variáveis no tempo da densidade de carga de inversão, dos potenciais do canal e do substrato e da tensão de “pinch-off”:

$$Q'_{IP} - q'_i(x, t) = nC'_{ox} \left[ v_P(t) - v_C(x, t) + v_B(t) - \phi_t \ln \left( \frac{q'_i(x, t)}{Q'_{IP}} \right) \right] \quad (D6)$$

Na abordagem de pequenos sinais, podemos fazer as seguintes linearizações aproximadas (aqui apresentadas na forma senoidal):

<sup>1</sup> Por simplicidade, admitiremos que  $n$  e  $\mu$  não variam no tempo.

permite atualizar  $Q'_i(x, \omega)$ . A aproximação de segunda ordem de  $I_i(x, \omega)$  é obtida aplicando-se  $Q'_{ii}(x, \omega)$  em (D10.b). O processo pode ser continuado até a ordem que proporcione a exatidão desejada.

$I_d(\omega) = I_i(L, \omega)$  pode ser determinada substituindo em (D10.a) a última aproximação aceita para  $I_i(x, \omega)$  (em termos de  $I_i(L, \omega)$  e  $Q'_i(L, \omega)$ ) e integrando de  $x = 0$  a  $L$ . No caso particular de segunda ordem, chegamos a:

$$I_d(\omega) = I_i(L, \omega) = \frac{\mu W}{nC'_{ox} LD(\omega)} [Q'_F Q'_i(0, \omega) - Q'_R Q'_i(L, \omega)] + \frac{Q'_i(L, \omega)}{D(\omega)} \left[ j\omega WL \frac{2}{3} Q'_R \frac{2Q'_F + Q'_R}{(Q'_F + Q'_R)^2} + \omega^2 \frac{WL^3 nC'_{ox}}{\mu} \frac{2}{45} Q'_R \frac{5Q'^2_F + 8Q'_F Q'_R + 2Q'^2_R}{(Q'_F + Q'_R)^4} \right] \quad (D12)$$

onde  $D(\omega)$  é dada pela equação (3.57).

Introduzindo em (D5) a aproximação de primeira ordem de  $Q'_i(x, \omega)$  e efetuando-se a integração, obtêm-se:

$$I_g(\omega) = j\omega \left[ C_{ox} \frac{n-1}{n} (V_g - V_b) - \frac{Q'_i(L, \omega)}{n} M(\omega) - \frac{I_d(\omega)}{n} N(\omega) \right] \quad (D13.a)$$

$$I_b(\omega) = -j\omega \frac{n-1}{n} \left[ C_{ox} (V_g - V_b) + Q'_i(L, \omega) M(\omega) + I_d(\omega) N(\omega) \right] \quad (D13.b)$$

onde

$$M(\omega) = 2WL \frac{Q'_R}{Q'_F + Q'_R} - j\omega \frac{L^2 nC_{ox}}{\mu} \frac{2}{3} \frac{Q'_R}{(Q'_F + Q'_R)^2} \quad (D13.c)$$

$$N(\omega) = \frac{L^2 nC'_{ox}}{\mu} \left[ \frac{2}{3} \frac{Q'_F + 2Q'_R}{(Q'_F + Q'_R)^2} - j\omega \frac{L^2 nC'_{ox}}{\mu} \frac{2}{45} \frac{2Q'^2_F + 8Q'_F Q'_R + 5Q'^2_R}{(Q'_F + Q'_R)^4} \right] \quad (D13.d)$$

Finalmente, substituindo (D9) em (D12) e (D13) e aplicando as definições (3.55), chegamos aos parâmetros admitância<sup>2</sup> apresentados no Capítulo 3.

<sup>2</sup> Os termos de ordem superior a 2 que resultam no numerador de  $I_g(\omega)$  e  $I_b(\omega)$  foram truncados.



O transistor deve ser polarizado em saturação, com uma fonte de corrente constante, segundo a topologia ilustrada na Fig.E1. Fazendo-se  $V_{GB}$  variar continuamente e medindo-se a tensão fonte-substrato, para valores fixos de  $I_F$ , obtêm-se as características do transistor na configuração “seguidor de tensão” que são curvas praticamente paralelas dentro de uma extensa faixa de variação de  $I_F$ , como se pode verificar na Fig.4.5 do Capítulo 4. A inclinação de qualquer das características “seguidor de tensão” ilustradas fornece o valor de  $n$ , de acordo com (E1) ou (E2).

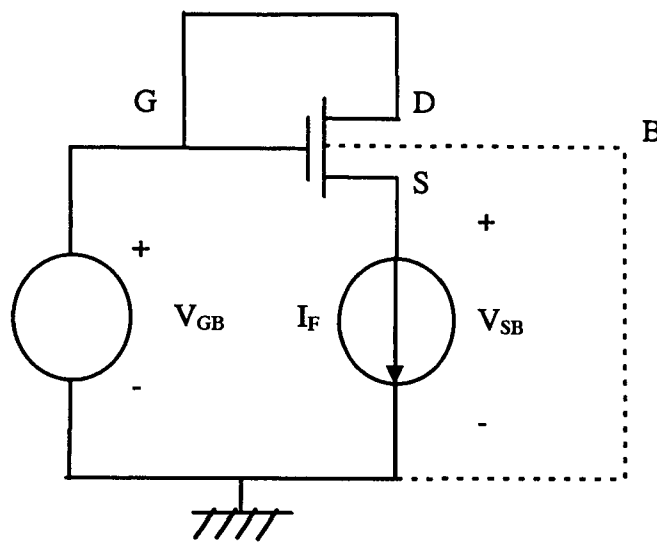


Fig.E1. Polarização do MOSFET na configuração “seguidor de tensão”

## F.1. DEPENDÊNCIA DA MOBILIDADE COM O CAMPO ELÉTRICO TRANSVERSAL

O campo elétrico que atravessa o óxido na direção perpendicular à área da interface óxido-semicondutor é responsável pela redução da mobilidade dos portadores do canal, pois ao acelerá-los contra a interface aumenta a taxa de colisões ([5], pag.142). Assim, a mobilidade passa a ser dependente das tensões  $V_{GB}$  e  $V_{CB}$  e, portanto variável ao longo do canal. Denotaremos esta mobilidade local por  $\mu_x$ .

Como as cargas totais do transistor MOS independem da mobilidade, não são afetadas por este ingrediente, mas apenas a corrente de dreno e as transcondutâncias, dela derivadas, o são. Ora, a variação de  $\mu_x$  ao longo do canal, obriga-nos a reescrever (2.9.b) na forma:

$$I_D = -\frac{W}{\int_0^L \frac{1}{\mu_x} dx} \left[ \int_{\phi_{s0}}^{\phi_{sL}} Q'_I(\phi_s) d\phi_s + \phi_t (Q'_{IS} - Q'_{ID}) \right] \quad (F1)$$

Para manter a estrutura do formalismo anterior, podemos definir uma mobilidade global ([5], pag.145), tal que:

$$\mu = \frac{L}{\int_0^L \frac{1}{\mu_x} dx} \quad (F2)$$

$\mu$ , de acordo com (F2), é função das tensões terminais do dispositivo. A relação entre a mobilidade local  $\mu_x$  e o campo elétrico transversal pode ser descrita semi-empiricamente por ([5], pag.144):

$$\mu_x = \frac{\mu_{x0}}{1 + \theta_x \bar{E}_y} \quad (F3.a)$$

onde

$$\bar{E}_y = -\frac{Q'_I + 2Q'_B}{2\epsilon_s} \quad (F3.b)$$

é o campo transversal médio estimado,  $\mu_{x0}$  é o valor da mobilidade local na ausência de campo elétrico e  $\theta_x$  é o coeficiente de dependência entre a mobilidade e o campo. Substituindo-se (F3) em (F2) e efetuando a integração, segue:

$$V_{DB} = V_P^* + r_{D} \cdot I_D + \phi_t \left[ \sqrt{1+i_p} - \sqrt{1+i_r^*} - \ln \left( \frac{\sqrt{1+i_r^*} - 1}{\sqrt{1+i_p} - 1} \right) \right] \quad (F5.c)$$

onde  $r_{s(D)}$  é o parâmetro que modela a resistência extrínseca de contato, em série com o terminal de fonte (dreno), e  $V_P^*$  é a tensão de “pinch-off” modificada para levar em conta os efeitos de partição de carga e redução de barreira induzida pelo dreno.

### F.2.1. SATURAÇÃO DA VELOCIDADE DOS PORTADORES DO CANAL

Embora constante para baixos valores do campo elétrico longitudinal (na direção do comprimento do canal), a velocidade dos portadores de carga tende a saturar à medida em que este campo aumenta. Uma vez que este campo corresponde ao gradiente do potencial elétrico na direção do eixo  $x$ , tal efeito será tão mais pronunciado quanto mais curto for o canal.

O efeito da saturação da velocidade sobre as características de corrente seria, na ausência de outros efeitos canal curto, antecipar a aproximação ao valor assintótico na condição de “pinch-off”, ou seja, a saturação ocorreria para valores mais baixos da tensão de dreno. Conseqüentemente, a corrente de dreno no transistor saturado apresentaria valores menores que os previstos pela teoria do MOSFET canal longo. Para levar em conta esta não idealidade, a expressão diferencial da corrente de dreno (2.9.a) deve ser reescrita na forma [13]:

$$I_D = W \left[ -Q'_I v + \mu \phi_t \frac{dQ'_I}{dx} \right] \quad (F6.a)$$

Em (F6.a),  $v$  é a velocidade dos portadores que pode ser modelada em termos do gradiente do potencial elétrico segundo a relação simples [13]:

$$v = \frac{v_0 \mu \frac{d\phi_s}{dx}}{v_0 + \mu \frac{d\phi_s}{dx}} \quad (F6.b)$$

geométrica da região de depleção efetivamente controlada pela porta através de uma área longitudinal de forma trapezoidal e da introdução de parâmetros empíricos de ajuste.

Nas refs.[24, 25] e ([5], pag.188), propõe-se que o fator de corpo  $\gamma$  seja corrigido pelo coeficiente:

$$\alpha = \frac{\hat{Q}_B}{Q_B} \cong 1 - \frac{\eta_L}{L} \sqrt{\frac{\epsilon_s}{2qN_A}} (\sqrt{\phi_0 + V_{SB}} + \sqrt{\phi_0 + V_{DB}}) \quad (F9)$$

onde  $\eta_L$  é um parâmetro de ajuste.

Como resultado desta modificação em  $\gamma$  observa-se um aumento na tensão de “pinch-off” (análogo à redução da tensão de limiar nos modelos tradicionais do MOSFET), que pode, então, ser modelada como segue:

$$V_P^* = \left( \sqrt{V_{GB} - V_{T0}^* + \left( \sqrt{\phi_0} + \frac{\alpha\gamma}{2} \right)^2} - \frac{\alpha\gamma}{2} \right)^2 - \phi_0 \quad (F10.a)$$

com

$$V_{T0}^* = V_{T0} + (\alpha - 1)\gamma\sqrt{\phi_0} \quad (F10.b)$$

Esta aproximação é semelhante à empregada em [24, 25].

### F.2.3. MODULAÇÃO DO COMPRIMENTO DO CANAL

A modulação do comprimento do canal engloba genericamente as contribuições do gradiente do campo elétrico longitudinal, sobretudo nas vizinhanças do dreno, para a distribuição espacial das cargas, ocorrendo nos transistores canal curto ou longo, mas sendo de especial relevância naqueles. Como a complexidade deste problema bidimensional não permite que seja modelado de forma simples em todos os seus aspectos, tal fenômeno costuma ser figurado, de acordo com uma abordagem unidimensional, como uma redução do comprimento efetivo do canal com o aumento do potencial de dreno, redução esta devida ao avanço da região de depleção.

Classicamente [26, 27], costuma-se dividir o canal do transistor em duas seções, ditas de fonte e de dreno. Na primeira, a aproximação do canal gradual é admitida ainda válida e a corrente pode ser determinada por um modelo consistente com esta hipótese, porém empregando-se em lugar do comprimento do canal, o comprimento da seção de fonte. Este comprimento é por

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [ 1] Tsvividis, Y. and Suyama, K. "MOSFET Modeling for analog circuit CAD: problems and prospects", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 29, N<sup>o</sup> 3, March 1994, pp. 210-216.
- [ 2] Brust, L. and Tsay, M.S. "Mixing signals and voltages on chip", IEEE Spectrum, August 1993, pp.40-43.
- [ 3] Galup-Montoro, C. "Modelo do MOSFET para projeto de circuitos integrados analógicos de baixo consumo de potência", UFSC, Florianópolis, Março 1996.
- [ 4] Enz, C.C., Krummenacher, F., and Vittoz, E.A. "An analytical MOS transistor model valid in all regions of operation and dedicated to low-voltage and low current applications", Analog Integrated Circuits and Signal Processing, vol.8, pp. 83-114, 1995.
- [ 5] Tsvividis, Y. "Operation and modeling of the MOS transistor", McGraw-Hill, New York, 1987.
- [ 6] Cunha, A.I.A., Schneider, M.C. and Galup-Montoro, C. "An explicit physical model for the long-channel MOS transistor including small-signal parameters", Solid-State Electronics, vol.38, n<sup>o</sup> 11, pp.1945-1952, 1995.

- [18] Rho, K.-M., Lee, K., Shur, M. and Fjeldly, T. "Unified Quasi-Static MOSFET capacitance model", IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 40, January 1993, pp. 131-136.
- [19] Turchetti, C., Masetti, G. and Tsividis, Y. "On the small-signal behaviour of the MOS transistor in quasistatic operation", Solid-State Electronics, vol. 26, N° 10, October 1983, pp. 941-949.
- [20] Jespers, P. "MOSFET modelling for low-power design", X Congress of the Brazilian Microelectronics Society, pp. 63-77, Canela, Brazil, August 1995.
- [21] Silveira, F., Flandre, D. and Jespers, P. "A  $g_m/I_D$  based methodology for the design of CMOS analog circuits and its application to the synthesis of a silicon-on-insulator micropower OTA", IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 31, September 1996.
- [22] Galup-Montoro, C., Schneider, M.C., Acosta, S.M., and Pinto, R.O.L. "A MOSFET model for low power analog IC design", in Proc. XI Conference of the Brazilian Microelectronics Society, pp. 287-292, July-August 1996.
- [23] Enz, C. and Bucher, M. "A MOS transistor model dedicated to low-current and low-voltage circuit design", in Proc. of the European HP IC-CAP Users Meeting, 1994.
- [24] Lallement, C., Bucher, M., Enz, C.C., Krummenacher, F. "The EKV MOST model and the associated parameter extraction", in Proc. of the European HP IC-CAP Users Meeting, 1994.
- [25] Bucher, M., Lallement, C., Enz, C.C., Krummenacher, F. "Accurate MOS modelling for analog circuit simulation using the EKV model", in Proc. IEEE Int. Symp. on Circ. and Syst., vol.4, pp. 703-706, 1996.
- [26] El-Mansy, Y.A., and Boothroyd, A.R., "A simple two-dimensional model for IGFET operation in the saturation region", IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 24, March 1977.
- [27] Ko, P.K. "Approaches to Scaling", VLSI Electronics: Microstructure Science, vol.18.
- [28] Van Nielen, J.A. "A simple and accurate approximation to the high-frequency characteristics of insulated-gate field-effect transistors", Solid-State Electronics, vol.12, pp.826-829, 1969.